

Полное название университета

.....

.....

Название кафедры

.....

Лабораторная работа №

Название лабораторной работы

Номер установки 1

Номер варианта ...

Выполнил: обучающийся

группы

Фамилия И.О. студента

Проверил:

(преподаватель или доцент)

кафедры

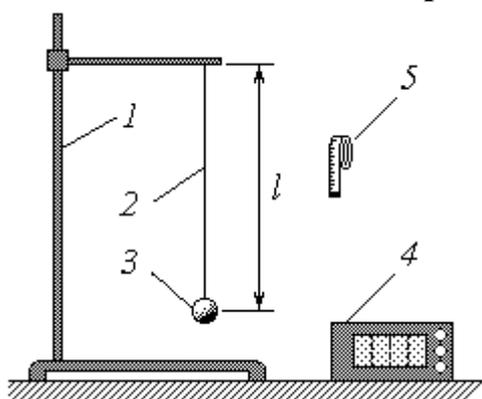
Фамилия И.О. преподавателя

Изучение погрешностей измерения ускорения свободного падения с помощью математического маятника

Цель работы

- 1) изучение колебаний математического маятника: измерение периода его колебаний и определение ускорения свободного падения;
- 2) оценка случайной и приборной погрешностей измерения;
- 3) изучение зависимости ширины доверительного интервала от числа опытов и доверительной вероятности.

Схема экспериментальной установки



- 1 – штатив;
- 2 – нить длиной l ;
- 3 – груз;
- 4 – секундомер;
- 5 – сантиметровая лента

Упражнение 1.
ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ РЕЗУЛЬТАТА n ИЗМЕРЕНИЙ

Расчетные формулы

$N = 10$ - число колебаний

$n = 25$ - число измерений

$$g = \frac{C}{t^2}, \text{ где } C = (2\pi N)^2 l.$$

$$l = 85.5 \text{ см} = 0.855 \text{ м}$$

$$C = 4 \cdot 3.14^2 \cdot 10^2 \cdot 0.855 = 3375 \text{ м}$$

$$g = \frac{3375}{t^2} \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right)$$

$$\bar{g} = \frac{\sum_{i=1}^n g_i}{n}$$

$$\sigma_g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (g_i - \bar{g})^2}{n \cdot (n-1)}}$$

$$E_l = \frac{\delta l}{\bar{l}} = \frac{\delta l}{l}$$

$$E_t = \frac{\delta t}{\bar{t}} \approx \frac{\delta t}{\min t}$$

$$\delta g = \bar{g} \sqrt{E_l^2 + (-2E_t)^2}$$

Доверительная вероятность $\alpha = 0.95$

Коэффициент Стьюдента при $n=25$ есть $t_{n,\alpha} = 2.06$

Случайная погрешность $\Delta_s g = t_{N,\alpha} \cdot \sigma_g$

Полная погрешность $\Delta g = \sqrt{\Delta_s g^2 + \delta g^2}$,

Относительная погрешность $E = \frac{\Delta g}{\bar{g}} \cdot 100\%$

Окончательный результат измерений

$$g = \bar{g} \pm \Delta g$$

Таблица 1

Номер опыта	t, c	$g, m/c^2$	$\Delta g, m/c^2$	$(\Delta g)^2, (m/c^2)^2$
1	18.61	9.74	9.74-9.79=-0.05	0.0025
2	18.52	9.84	9.84-9.79=0.05	0.0025
3	18.67	9.68	9.68-9.79=-0.11	0.0121
4	18.54	9.82	0.0010
5	18.65	9.70		0.0071
6	18.57	9.78		0.0000
7	18.59	9.77		0.0005
8	18.49	9.87		0.0071
9	18.58	9.78		0.0001
10	18.62	9.73		0.0028
11	18.55	9.81		0.0004
12	18.48	9.88		0.0090
13	18.63	9.72		0.0041
14	18.59	9.77		0.0005
15	18.51	9.85		0.0039
16	18.49	9.87		0.0071
17	18.50	9.86		0.0054
18	18.46	9.90		0.0135
19	18.64	9.71		0.0055
20	18.67	9.68		0.0111
21	18.54	9.82		0.0010
22	18.52	9.84		0.0027
23	18.59	9.77		0.0005
24	18.60	9.76		0.0010
25	18.63	9.72		0.0041
		$\bar{g} = \frac{\sum_{i=1}^n g_i}{n} =$ $= 9.79$		$\sum_{i=1}^n (g_i - \bar{g})^2 =$ $= 0.1040$

Расчет

$$\bar{g} = 9.79 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$$

Средняя квадратичная ошибка g если считать его **прямым** измерением

$$\sigma_g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{25} (g_i - \bar{g})^2}{25 \cdot 24}} \approx 0.013 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$$

Средняя квадратичная ошибка g если считать его **косвенным** измерением
(более правильно)

$$\bar{t} = 18.57 \text{ с}$$

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{25} (t_i - \bar{t})^2}{25 \cdot 24}} = 0.018 \text{ с}$$

$$\sigma_g = \bar{g} \sqrt{\left(-2 \frac{\sigma_t}{\bar{t}}\right)^2} = 9.79 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{0.018}{18.57} \approx 0.013 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$$

Приборная погрешность измерения длины нити равна $\delta l = 0.25 \text{ см} = 0.0025 \text{ м}$

Приборная погрешность измерения времени равна $\delta t = 0.01 \text{ с}$

Относительные погрешности

$$E_l = \frac{\delta l}{\bar{l}} = \frac{\delta l}{l} = \frac{0.0025}{0.855} = 0.0029$$

$$E_t = \frac{\delta t}{\bar{t}} \approx \frac{\delta t}{\min t} = \frac{0.01}{18.46} \approx 0.00055$$

Приборная погрешность измерения ускорения свободного падения

$$\delta g = \bar{g} \sqrt{E_l^2 + (-2E_t)^2} \approx 9.79 \cdot 0.003 \approx 0.029 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$$

Доверительная вероятность $\alpha = 0.95$

Коэффициент Стьюдента при $n=25$ есть

$$t_{n,\alpha} = 2.06$$

Случайная погрешность $\Delta_s g = t_{n,\alpha} \cdot \sigma_g = 2.06 \cdot 0.013 = 0.0268 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$

Полная погрешность (полуширина доверительного интервала)

$$\Delta g = \sqrt{\Delta_s g^2 + \delta g^2} = \sqrt{0.0268^2 + 0.029^2} = \sqrt{0.000718 + 0.000841} = 0.039 \frac{\text{М}}{\text{с}^2},$$

Относительная погрешность $E = \frac{\Delta g}{\bar{g}} \cdot 100\% = \frac{0.0395}{9.79} \cdot 100\% = 0.4\%$

Окончательный результат измерений

$$g = \bar{g} \pm \Delta g = 9.79 \pm 0.04 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$$

Упражнение 2.
ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ РЕЗУЛЬТАТА 5 ИЗМЕРЕНИЙ

Расчетные формулы

$N = 10$ - число колебаний

$n = 5$ - число измерений

$$g = \frac{C}{t^2}, \text{ где } C = (2\pi N)^2 l.$$

$$l = 85.5 \text{ см} = 0.855 \text{ м}$$

$$C = 4 \cdot 3.14^2 \cdot 10^2 \cdot 0.855 = 3375 \text{ м}$$

$$g = \frac{3375}{t^2} \left(\frac{\text{М}}{\text{с}^2} \right)$$

$$\bar{g} = \frac{\sum_{i=1}^n g_i}{n}$$

$$\sigma_g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (g_i - \bar{g})^2}{n \cdot (n-1)}}$$

$$E_l = \frac{\delta l}{\bar{l}} = \frac{\delta l}{l}$$

$$E_t = \frac{\delta t}{\bar{t}} \approx \frac{\delta t}{\min t}$$

$$\delta g = \bar{g} \sqrt{E_l^2 + (-2E_t)^2}$$

Доверительная вероятность $\alpha = 0.95$

Коэффициент Стьюдента при $n=5$ есть $t_{n,\alpha} = \dots$

Случайная погрешность $\Delta_s g = t_{N,\alpha} \cdot \sigma_g$

Полная погрешность $\Delta g = \sqrt{\Delta_s g^2 + \delta g^2}$,

Относительная погрешность $E = \frac{\Delta g}{\bar{g}} \cdot 100\%$

Окончательный результат измерений

$$g = \bar{g} \pm \Delta g$$

Номер опыта	t, c	$g, m/c^2$	$\Delta g, m/c^2$	$(\Delta g)^2, (m/c^2)^2$
1	18.61	9.74	9.74-9.79=-0.05	0.0025
2	18.52	9.84	9.84-9.79=0.05	0.0025
3	18.67	9.68	9.68-9.79=-0.11	0.0121
4	18.54	9.82	0.0010
5	18.65	9.70		0.0071
		$\bar{g} = \frac{\sum_{i=1}^n g_i}{n} =$ $= \dots$		$\sum_{i=1}^n (g_i - \bar{g})^2 =$ $= \dots$

Расчет