

Молекулярная физика

1. Статистический и термодинамический методы изучения макроскопических систем

Молекулярная физика представляет собой часть большого раздела физики под названием **статистической физикой**. Молекулярная физика – это физика вещества. Она изучает молекулярную или тепловую форму движения материи. Задача молекулярной физики – на основе представлений о молекулярном движении объяснить физические свойства вещества в газообразном, жидком и твердом состояниях, явления перехода из одного состояния в другое, а также процессы, происходящие в веществе при различных внешних воздействиях: механических, термических и др.

Термодинамика представляет собой самостоятельный раздел физики, изучающий наиболее общие свойства *макроскопических систем* (т.е. систем, состоящих из очень большого числа частиц), и способы передачи и превращения энергии в таких системах.

Свойства макроскопических тел (материальных объектов, состоящих из очень большого числа частиц), находящихся в различном агрегатном состоянии, можно изучать, пользуясь **двумя взаимно дополняющими друг друга методами:**

- 1) статистическим (молекулярно-кинетическим);**
- 2) термодинамическим.**

Молекулярная физика использует первый метод, а термодинамика – второй.

Молекулярная физика изучает явления, которые составляют результат совокупного действия огромного числа частиц. Такие распространенные явления, как давление газа на стенки сосуда, явления переноса, тепловые явления и др., подчиняются законам больших чисел или, иначе, законам математической статистики. В основе статистического метода применительно к молекулярной физике лежит несколько утверждений:

1. Совокупность огромного количества молекул имеет такие свойства, каких нет у каждой молекулы в отдельности. Например, свойствами совокупности молекул являются давление, температура, теплопроводность, вязкость, диффузия и др., но нельзя говорить о давлении, температуре, вязкости одной молекулы.

2. Существует определенная количественная связь между свойствами коллектива молекул и средними значениями тех физических величин, которые характеризуют поведение и свойства каждой молекулы в отдельности. Например, средняя кинетическая энергия молекулы газа пропорциональна его абсолютной температуре, являющейся свойством коллектива молекул.

3. Свойства коллектива молекул являются *макроскопическими* свойствами, а свойства каждой молекулы в отдельности – *микроскопическими*. Связь между макроскопическими и микроскопическими свойствами устанавливается на основе теории вероятностей.

При **термодинамическом (энергетическом)** подходе к изучению свойств макросистемы не рассматривается ее конкретное строение, механизм микропроцессов, игнорируются структурные элементы системы (частицы). Термодинамика интересуется лишь энергетическими характеристиками вещества. Она изучает способы и формы передачи энергии от одной системы к другой, закономерности превращения одних форм энергии в другие, направления протекания процессов в природе. Основной вопрос термодинамики – получение работы за счет тепловой энергии.

2. Основные положения молекулярно-кинетической теории

Молекулярно-кинетическая теория (МКТ) основана на следующих положениях:

1. Все вещества состоят из атомов или молекул, размеры которых порядка 10^{-10} м.
2. Атомы и молекулы вещества разделены пространством, свободным от вещества.
3. Между молекулами тела одновременно действуют силы взаимного протяжения и силы взаимного отталкивания.
4. Молекулы всех тел находятся в состоянии хаотического (т.е. беспорядочного непрерывного) движения. Хаотическое движение молекул называют также тепловым движением.

Скорость движения молекул связана с температурой тела в целом: чем больше эта скорость, тем выше температура. **Таким образом, скорость движения молекул определяет тепловое состояние тела – его внутреннюю энергию.**

От интенсивности теплового движения молекул и интенсивности их взаимодействия зависит, в каком из возможных агрегатных состояний находится вещество (в твердом, жидком, газообразном, плазменном). По мере увеличения интенсивности теплового движения среднее расстояние между молекулами возрастает, а силы притяжения уменьшаются, и тело переходит из твердого состояния в жидкое.

3. Газообразное состояние вещества. Идеальный газ

Любая реальная макроскопическая система (макросистема) – очень сложный объект, так как состоит из большого числа взаимодействующих частиц. Начнем рассмотрение закономерностей макросистем с самой простой макросистемы – идеального газа.

Идеальный газ – это модель газа, которая представляет собой идеализованную систему частиц, обладающую следующими свойствами:

- 1) суммарный собственный объем частиц намного меньше размеров сосуда, в котором они находятся;
- 2) частицы взаимодействуют друг с другом только во время столкновений;

3) в промежутках между столкновениями частицы движутся свободно, прямолинейно и равномерно, причем время свободного движения гораздо больше времени взаимодействия;

4) столкновение частиц друг с другом и со стенками сосуда подчиняются законам абсолютно упругого столкновения;

5) полностью отсутствует упорядоченное движение частиц.

Идеальный газ – это лишь простейшая модель газообразного состояния, но этой моделью описываются реальные газы в условиях, близких к нормальным, а также в условиях низкого давления и высокой температуры.

4. Параметры состояния идеального газа

Физические величины, характеризующие то или иное состояние вещества, называются **параметрами состояния**.

Основными параметрами газообразного состояния являются масса газа m , объем V , давление p и температура T .

Под **объемом** V системы в случае идеального газа подразумевается объем пространства, предоставленного для движения молекул системы (например, объем сосуда, в котором заключен газ).

Давлением p называется скалярная физическая величина, характеризующая распределение силы по поверхности, на которую она действует, и численно равная силе, действующей на единичную площадку в направлении, перпендикулярном к площадке.

При равномерном распределении силы \vec{F} по плоской поверхности S давление

$$p = \frac{F \cos \alpha}{S} = \frac{F_n}{S}, \quad (1)$$

где F_n есть проекция вектора силы на нормаль к поверхности, а при неравномерном

$$p = \frac{d(F \cos \alpha)}{dS} = \frac{dF_n}{dS}, \quad (2)$$

где α - угол между направлением силы и направлением нормали к поверхности (рис.1).

В системе СИ давление измеряется в паскалях (Па), т.е. в Н/м^2 . Кроме того, используются внесистемные единицы: физическая атмосфера (атм), миллиметр ртутного столба (мм рт. ст.), бар и другие. $1 \text{ атм} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$; $1 \text{ бар} = 10^5 \text{ Па}$; $1 \text{ мм рт. ст.} = 133 \text{ Па}$.

Температура – это скалярная физическая величина, характеризующая интенсивность хаотического движения частиц системы и пропорциональная средней кинетической энергии поступательного движения одной частицы.

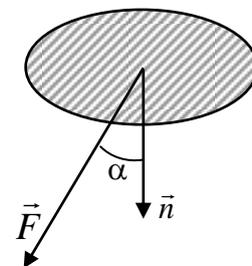


Рис. 1

$$T = c \langle \varepsilon_{\text{пост}} \rangle, \quad (3)$$

где c – размерный коэффициент пропорциональности, $\langle \dots \rangle$ – знак среднего значения. Выражение (3) отражает определение абсолютной температуры. *За начало отсчета абсолютной температуры – абсолютный нуль – принята такая температура, при которой прекращается хаотическое поступательное движение частиц системы: $T = 0$, если $\langle \varepsilon_{\text{пост}} \rangle = 0$.* В этом смысле можно говорить, что температура характеризует степень нагретости тела.

Абсолютная температура измеряется в системе СИ в градусах Кельвина (К). Она связана с температурой по шкале Цельсия соотношением: $T \text{ К} = t^\circ \text{ С} + 273,16$.

5. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории (уравнение Клаузиуса) и следствия из него

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории дает связь между давлением в газе и средней квадратичной скоростью (или средней кинетической энергией) движения молекул.

Для вывода основного уравнения молекулярно-кинетической теории рассмотрим идеальный одноатомный газ в некотором сосуде. Предположим, что молекулы газа движутся хаотически и число взаимных столкновений между молекулами газа намного меньше, чем число ударов о стенки сосуда. Допустим,

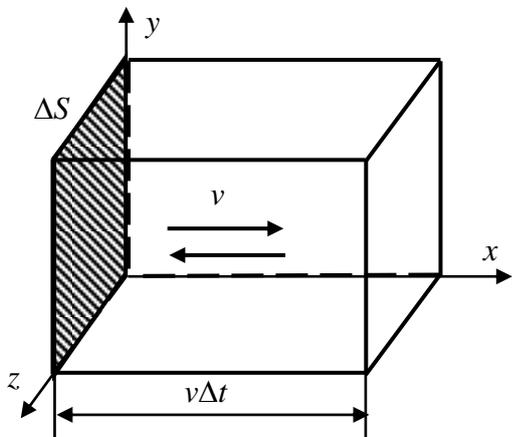


Рис. 2

$v\Delta t$ (см. рис.2). Число этих молекул есть

$$N = nV = n\Delta S v\Delta t$$

(здесь $n = \frac{N}{V}$ – концентрация молекул, равная отношению числа молекул к объему занимаемого ими пространства).

Необходимо учитывать, что реально молекулы движутся к площадке ΔS под разными углами и имеют различные скорости, причем скорость молекул при каждом соударении меняется. Для упрощения расчетов хаотическое движение молекул заменяют движением вдоль трех взаимно перпендикулярных

что столкновения молекул со стенками сосуда носят характер абсолютно упругого удара. Выделим на стенке сосуда некоторую элементарную площадку ΔS (рис. 2) и вычислим давление, оказываемое на эту площадку. При каждом соударении молекула, движущаяся перпендикулярно площадке со скоростью v , передает ей импульс $mv - (-mv) = 2mv$, где m – масса молекулы. За время Δt площадки ΔS достигнут только те молекулы, которые заключены в объеме параллелепипеда с основанием ΔS и высотой

направлений, так что в любой момент времени вдоль каждого из них движется $1/3$ молекул, причем половина молекул ($1/6$) движется вдоль данного направления в одну сторону, половина – в противоположную. Тогда число ударов молекул, движущихся в заданном направлении, о площадку ΔS будет равно $\frac{1}{6}N = \frac{1}{6}n\Delta Sv\Delta t$. При столкновении с площадкой эти молекулы одинаковой массы передадут ей импульс ΔP , равный

$$\Delta P = 2mv \frac{1}{6}N = 2mv \frac{1}{6}n\Delta Sv\Delta t = \frac{1}{3}mn\Delta Sv^2\Delta t.$$

Тогда давление газа, оказываемое им на стенку сосуда, $p = \frac{F}{\Delta S}$; согласно второму

закону Ньютона $F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$, поэтому

$$p = \frac{\Delta P}{\Delta S \Delta t} = \frac{1}{3}nmv^2. \quad (4)$$

Заметим, что молекулы имеют различные скорости v_1, v_2, \dots, v_N , масса которых одинакова ($i = 1, 2, 3, \dots, N$ - номер молекулы). Тогда концентрация каждой такой молекулы будет равна $\frac{n}{N}$, давление, создаваемое одной молекулой, имеющей скорость v_i будет равно

$$p_i = \frac{1}{3} \frac{n}{N} mv_i^2,$$

а давление равно сумме давлений, всех молекул, т.е.

$$p = \sum_{i=1}^N p_i = \sum_{i=1}^N \frac{1}{3} \frac{n}{N} mv_i^2 = \frac{1}{3} mn \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2 = \frac{1}{3} mn \langle v_{\text{кв}} \rangle^2,$$

где

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2}, \quad (5)$$

есть **средняя квадратичную скорость** молекул газа. Поэтому окончательно запишем:

$$p = \frac{1}{3} nm \langle v_{\text{кв}} \rangle^2. \quad (6)$$

Уравнение (6) называется **основным уравнением молекулярно-кинетической теории идеальных газов или уравнением Клаузиуса**. Отметим, что точный расчет с учетом движения молекул по всевозможным направлениям дает ту же формулу.

Учитывая, что $n = N/V$, получим

$$pV = \frac{1}{3} Nm \langle v_{\text{кв}} \rangle^2 \quad (7)$$

или

$$pV = \frac{2}{3} N \frac{m \langle v_{\text{KB}} \rangle^2}{2} = \frac{2}{3} E$$

или

$$pV = \frac{2}{3} E, \quad (8)$$

где

$$E = N \frac{m \langle v_{\text{KB}} \rangle^2}{2}$$

– суммарная кинетическая энергия поступательного движения всех молекул газа. Уравнение (8) является еще одной формой записи основного уравнения молекулярно-кинетической теории идеального газа.

Еще одна важная форма записи основного уравнения молекулярно-кинетической теории идеальных газов есть:

$$p = \frac{2}{3} n \varepsilon$$

где $\varepsilon = \frac{m \langle v_{\text{KB}} \rangle^2}{2}$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы газа.

Рассмотрим следствия, вытекающие из основного уравнения молекулярно-кинетической теории идеального газа:

Следствие 1. Уравнение (8) позволяет получить все известные законы идеального газа: Гей-Люссака, Бойля – Мариотта, Шарля, Менделеева – Клапейрона и др.

Действительно, если в сосуде объемом V при давлении p и температуре T находится N молекул, то $n = N/V$, а $E = cT$ в силу (3), где c – коэффициент пропорциональности. Тогда

$$p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} cT,$$

или

$$\frac{pV}{T} = \frac{2}{3} Nc,$$

Коэффициент $\frac{2}{3} Nc$ зависит от массы газа и его природы. Если масса газа постоянна, то можно записать закон Клапейрона – Менделеева

$$\frac{pV}{T} = \frac{2}{3} Nc = \text{const}. \quad (9)$$

В соответствии с **первым законом Авогадро** моли всех газов при нормальных условиях занимают одинаковый объем, равный $22,4 \text{ м}^3/\text{моль}$. Отсюда

следует, что в случае, когда количество газа равно одному молю, величина $\frac{2}{3}Nc$ в (9) будет одинаковой для всех газов и ее можно обозначить буквой R и назвать **универсальной газовой постоянной** ($R = 8,31$ Дж/(К·моль)). Тогда уравнение (9) для одного моля запишется в виде

$$pV_{\mu} = RT. \quad (10)$$

От уравнения для одного моля можно перейти к уравнению для любой массы газа, приняв во внимание, что при одинаковых давлении и температуре $\nu = M/\mu$ молей будут занимать в ν раз больше объем, чем один моль, в результате получим:

$$V = \nu V_{\mu} = \frac{M}{\mu} V_{\mu}, \quad (11)$$

где M – масса газа, μ – масса моля газа (молярная масса). С учетом (11), выражение (10) перепишем в виде:

$$pV = \frac{M}{\mu} RT. \quad (12)$$

Уравнение (12) называется уравнением состояния идеального газа или уравнением Менделеева – Клапейрона для произвольной массы газа.

Следствие 2. Согласно второму закону Авогадро, моли всех газов содержат одинаковое число молекул, равное $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹. С учетом этого уравнение (12) можно преобразовать к новому виду. Для этого введем величину

$$k = \frac{R}{N_A}.$$

Подставив в выражении k численные значения R и N_A , получим

$$k = \frac{8,31 \text{ Дж/моль}}{6,023 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}.$$

Величина k называется **постоянной Больцмана**. Умножив и разделив правую часть уравнения (12) на N_A , получим

$$pV = \nu N_A kT.$$

Произведение νN_A равно числу молекул N , содержащихся в массе газа M . С учетом этого получим

$$pV = NkT,$$

а с учетом того, что $N/V = n$ – число молекул в единице объема, можно записать:

$$p = nkT. \quad (13)$$

Уравнение (13) показывает, что *давление идеального газа при данной температуре определяется только числом молекул в единице объема и не зависит от рода молекул.*

Из формулы (13) вытекает еще один справедливый для идеального газа закон – **закон Дальтона для смеси газов.**

Пусть имеется смесь нескольких, не взаимодействующих друг с другом идеальных газов. Допустим, что в единичном объеме смеси содержится n_1 молекул газа 1, n_2 молекул газа 2 и т.д. Тогда общее число молекул в единичном объеме $n = n_1 + n_2 + \dots$. Согласно (13) давление газа определяется так:

$$p = nkT = (n_1 + n_2 + \dots)kT = n_1kT + n_2kT + \dots = p_1 + p_2 + \dots, \quad (14)$$

где p_1, p_2, \dots – давления, которые оказывали бы газы этой смеси, если бы они заполняли объем по отдельности. Эти давления называются **парциальными**. В итоге мы приходим к закону **законе Дальтона**: *давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений газов, входящих в смесь, т.е.*

$$p = p_1 + p_2 + \dots \quad (15)$$

Следствие 3. Газовые законы Бойля – Мариотта, Гей-Люссака и Шарля описывают равновесные изопроцессы в идеальном газе.

Изопроцессами называются равновесные процессы, при которых один из параметров состояния не изменяется. Различают **изотермический** ($T = \text{const}$), **изобарический** ($p = \text{const}$), **изохорический** ($V = \text{const}$) и другие процессы.

Сформулируем законы для изопроцессов в идеальном газе предполагая, что масса газа постоянна: $M = \text{const}$.

Изотермический процесс. Положив $T = \text{const}$, $M = \text{const}$, из уравнения Менделеева – Клапейрона (12) получим закон Бойля – Мариотта:

$$pV = \text{const}. \quad (16)$$

То есть если масса и температура идеального газа не изменяются, то произведение давления газа на соответствующий объем есть величина постоянная. Графическое изображение изотермических процессов при двух разных температурах в координатах (p, V) , (p, T) и (V, T) представлено на рис. 3.

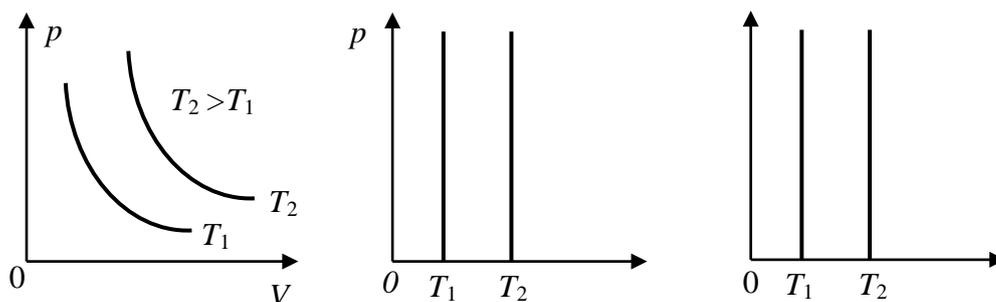


Рис. 3

Изобарический процесс. Положив $p = \text{const}$ и $M = \text{const}$ из уравнения (12) получим закон Гей-Люссака:

$$\frac{V}{T} = \text{const}. \quad (17)$$

То есть если в ходе процесса давление и масса газа не изменяются, то отношение объема газа к соответствующей абсолютной температуре остается постоянным.

Изобары, соответствующие двум разным давлениям, приведены на рис. 4.

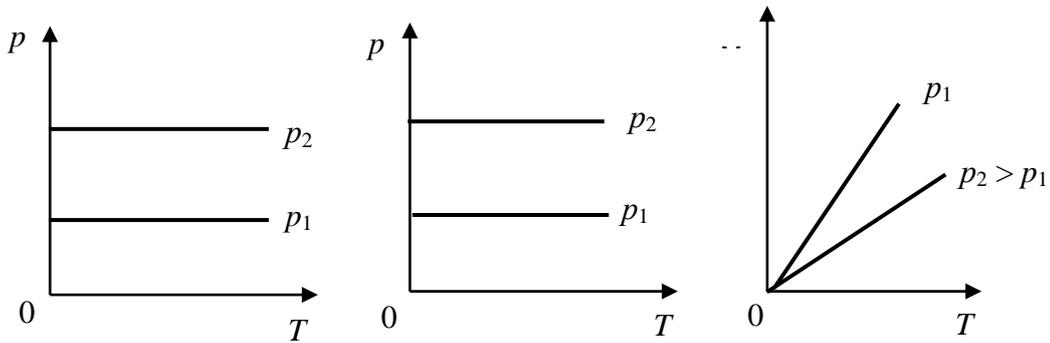


Рис. 4

Изохорический процесс. Положив $V = \text{const}$ и $M = \text{const}$, из уравнения (12) получим закон Шарля:

$$\frac{p}{V} = \text{const}. \quad (18)$$

То есть если в ходе процесса объем, и масса газа не изменяются, то отношение давления газа к соответствующей абсолютной температуре есть величина постоянная. Изохоры, соответствующие двум разным объемам, приведены на рис. 5.

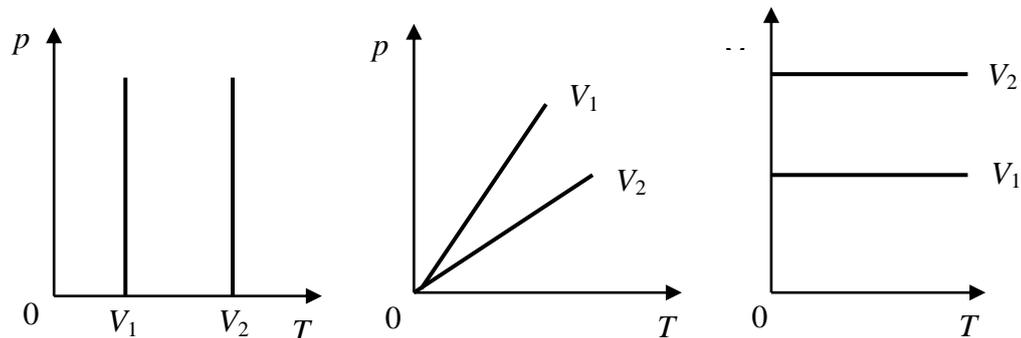


Рис. 5

6. Закон Максвелла распределения молекул идеального газа по скоростям и энергиям

При выводе основного уравнения МКТ молекулам задавали различные скорости. В результате многократных соударений скорость каждой молекулы изменяется по модулю и направлению. Однако из-за хаотического движения молекул все направления движения являются равновероятными, т.е. в любом направлении в среднем движется одинаковое количество молекул.

Согласно молекулярно-кинетической теории, как бы ни изменялись скорости молекул при столкновениях, средняя квадратичная скорость молекул газа массой M в газе, находящемся в состоянии равновесия при $T = \text{const}$,

остается постоянной. Это можно видеть, если приравнять левые части основного уравнения молекулярно-кинетической теории идеального газа, записанные в различных формах $p = nkT$ и $p = \frac{1}{3}nm\langle v \rangle_{кв}^2$

$$nkT = \frac{1}{3}nm\langle v \rangle_{кв}^2$$

и выразить отсюда $\langle v \rangle_{кв}$:

$$\langle v \rangle_{кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

Это объясняется тем, что в газе, находящимся в состоянии равновесия, устанавливается некоторое стационарное, не меняющееся со временем распределение молекул по скоростям, подчиняющееся вполне определенному закону. Этот закон теоретически выведен Дж. Максвеллом.

Максвелл предполагал, что газ состоит из большого числа N тождественных молекул (они находятся в состоянии хаотического теплового движения при одинаковой температуре) и, что силовые поля на газ не действуют.

Закон Максвелла описывается некоторой функцией $f(v)$, называемой **функцией распределения молекул по скоростям**. Если разбить диапазон скоростей молекул на малые интервалы, равные dv , то на каждый интервал скорости будет приходиться некоторое число молекул $dN(v)$, имеющих скорость, заключенную в этом интервале. Функция распределения $f(v)$ определяется так что $f(v)dv$ есть относительное число молекул $dN(v)/N$, скорости которых лежат в интервале от v до $v+dv$, т.е. $dN(v)/N = f(v)dv$, откуда

$$f(v) = \frac{dN(v)}{Ndv}$$

Применяя методы теории вероятностей, Максвелл нашел явный вид функции $f(v)$ – **закон для распределения молекул идеального газа по скоростям**:

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT} \right). \quad (19)$$

Из (19) видно, что конкретный вид функции зависит от рода газа (масса молекулы) и от параметра состояния (температура T).

График функции (19) приведен на рис. 6. Так как при возрастании

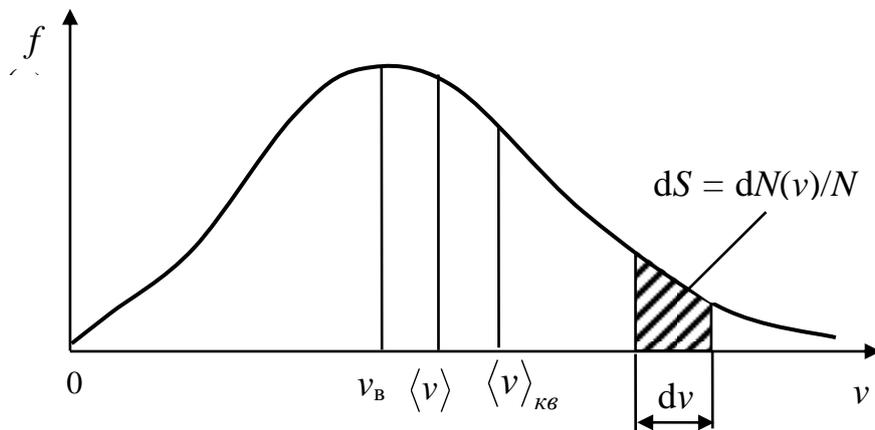


Рис. 6

скорости v множитель $\exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)$ уменьшается быстрее, чем растет множитель v^2 , то функция $f(v)$, начинаясь с нуля, достигает максимума при наиболее вероятной скорости v_B и затем асимптотически стремится к нулю. Кривая несимметрична относительно v_B .

Относительное число молекул $dN(v)/N$, скорости которых лежат в интервале от v до $v+dv$, находится как площадь полоски на рис 6. Площадь, ограниченная кривой распределения и осью абсцисс, равна единице. Это означает, что функция $f(v)$ удовлетворяет условию нормировки

$$\int_0^{\infty} f(v)dv = 1.$$

Скорость, при которой функция распределения молекул идеального газа по скоростям максимальна, называется **наиболее вероятной скоростью** v_B . Значение наиболее вероятной скорости можно найти, продифференцировав выражение (19) (постоянные множители опускаем) по аргументу v , приравняв результат к нулю и используя условие для максимума выражения $f(v)$:

$$\frac{d}{dv} \left(v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \right) = 2v \left(1 - \frac{mv^2}{2kT} \right) \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) = 0.$$

Значения $v = 0$ и $v = \infty$ соответствуют минимумам выражения (19), значение v , при котором выражение в скобках становится равным нулю, и есть искомая наиболее вероятная скорость v_B :

$$v_B = \sqrt{2kT/m} = \sqrt{2RT/M}, \quad (20)$$

где M - масса одного моля газа. Из формулы (20) следует, что при повышении температуры максимум функции распределения молекул по скоростям (рис 7) смещается вправо (значение наиболее вероятной скорости становится больше). Однако площадь, ограниченная кривой, остается неизменной, поэтому при

повышении температуры кривая распределения молекул по скоростям будет растягиваться и понижаться.

Средняя скорость молекулы $\langle v \rangle$ определяется по формуле

$$\langle v \rangle = \int_0^{\infty} v f(v) dv.$$

Подставляя в последнее выражение $f(v)$ и интегрируя его, получим

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \quad (21)$$

Итак, скорости, характеризующие состояние газа есть:

1) наиболее вероятная скорость

$$v_B = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$$

2) средняя скорость

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = 1.13v_B$$

3) средняя квадратичная

скорость определяется как величина, квадрат которой равен

$$\langle v \rangle_{кв}^2 = \int_0^{\infty} v^2 f(v) dv.$$

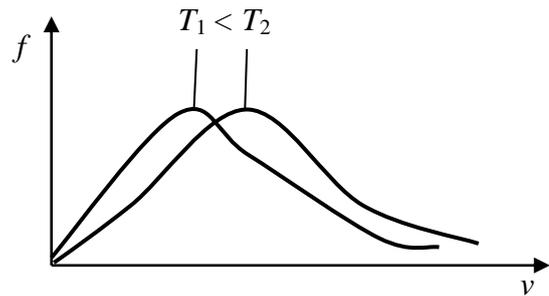


Рис. 7

Как мы уже знаем, средняя квадратичная скорость равна

$$\langle v \rangle_{кв} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = 1.22v_B.$$

Исходя из распределения молекул по скоростям

$$dN(v) = N \cdot 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 \varepsilon \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT} \right) dv, \quad (22)$$

можно найти распределение молекул газа по значениям кинетической энергии ε .

Для этого перейдем от переменной v к переменной $\varepsilon = \frac{mv^2}{2}$. Подставив в

уравнение (22) $v = \sqrt{2\varepsilon/m}$ и $dv = (2m\varepsilon)^{-1/2} d\varepsilon$, получим

$$dN(\varepsilon) = \frac{2N}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} \varepsilon^{1/2} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{2kT} \right) d\varepsilon = Nf(\varepsilon)d\varepsilon,$$

где $dN(\varepsilon)$ – число молекул, имеющих кинетическую энергию поступательного движения, заключенную в интервале от ε до $\varepsilon+d\varepsilon$.

Таким образом, **функция распределения молекул по энергиям теплового движения**

$$f(\varepsilon) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} \varepsilon^{1/2} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{2kT} \right)$$

Средняя кинетическая энергия молекулы идеального газа

$$\langle \varepsilon \rangle = \int_0^{\infty} \varepsilon f(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} \int_0^{\infty} \varepsilon^{3/2} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{2kT}\right) d\varepsilon = \frac{3}{2} kT.$$

7. Опыт Штерна

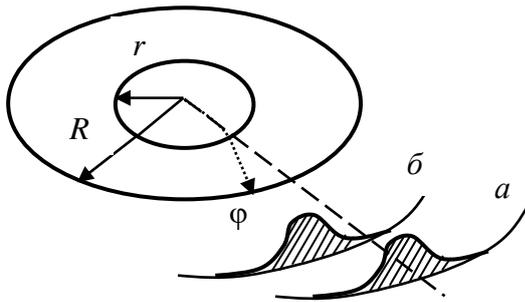


Рис. 8

Первое экспериментальное определение скоростей молекул выполнено Штерном. Его опыты позволили также оценить распределение молекул по скоростям. Схема установки Штерна представлена на рис. 8. Вдоль оси внутреннего цилиндра со щелью натянута платиновая проволока, покрытая слоем серебра, которая нагревается электрическим током при откачанном воздухе. При нагревании серебро

испаряется. Атомы серебра, вылетая через щель, попадают на внутреннюю поверхность второго цилиндра, давая изображение щели. Если прибор привести во вращение вокруг общей оси цилиндров, то атомы серебра осядут не против щели, а сместятся на некоторое расстояние S . Изображение щели получается размытым. Исследуя толщину осажденного слоя, можно оценить распределение молекул по скоростям, которое соответствует максвелловскому распределению.

Зная радиусы цилиндров, их угловую скорость вращения, а также измеряя S , можно вычислить скорость движения атомов серебра при данной температуре проволоки. Результаты опыта показали, что средняя скорость атомов серебра близка к той, которая следует из максвелловского распределения молекул по скоростям.

8. Идеальный газ в однородном поле тяготения. Барометрическая формула. Распределение Больцмана

При выводе закона Максвелла для распределения молекул идеального газа по скоростям предполагается, что на молекулы газа внешние силы не действуют. Поэтому можно было считать, что молекулы равномерно распределены по объему сосуда и температура везде одинакова.

На самом деле молекулы газа всегда находятся в поле тяготения Земли. Если бы не было теплового движения, то все молекулы атмосферного воздуха упали бы на Землю; если бы не было тяготения, то атмосферный воздух рассеялся

бы по всей Вселенной. Тяготение и тепловое движение приводят газ в состояние, при котором его концентрация и давление убывают с высотой.

Получим закон изменения давления с высотой. Пусть идеальный газ находится в равновесном состоянии в однородном поле тяготения Земли. Давление газа на высоте h обусловлено весом вышележащих слоев. Обозначим p давление на высоте h , тогда давление на высоте $h + dh$ равно $p + dp$, причем если $dh > 0$, то $dp < 0$, так как вес вышележащих слоев атмосферы, а следовательно, и давление с высотой убывают. Разность давлений p и $p + dp$ равна весу газа, заключенному в объеме цилиндра с площадью основания, равной единице, и высотой dh (рис. 9.)

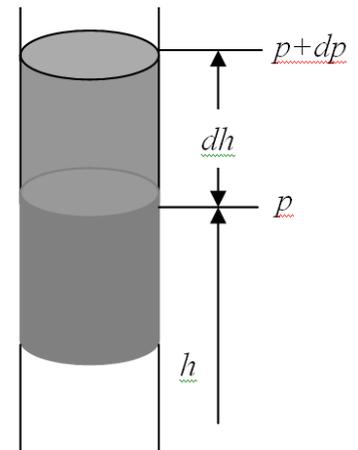


Рис. 9

$$p - (p + dp) = \rho g dh,$$

где ρ – плотность газа на высоте h . Отсюда

$$dp = -\rho g dh. \quad (23)$$

Из уравнения состояния идеального газа можно выразить плотность газа:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{p\mu}{RT}. \quad (24)$$

где μ – масса одного моля газа. Подставив (24) в (23), получим приращение давления

$$dp = -\frac{pg\mu}{RT} dh,$$

или

$$\frac{dp}{p} = -\frac{g\mu}{RT} dh.$$

Полагая $T = \text{const}$ и интегрируя приращение давления по высоте от 0 до h , получим

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = -\frac{\mu g}{RT} \int_0^h dh$$

или

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{\mu g}{RT} h\right), \quad (25)$$

где p и p_0 – давления газа на высотах h и $h = 0$.

Формула (25) называется **барометрической**. Из нее следует, что давление убывает с высотой по экспоненциальному закону (рис. 10).

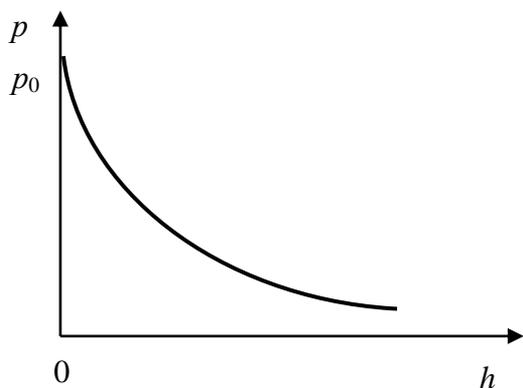


Рис. 10

Барометрическая формула позволяет определять высоту h с помощью барометра. Барометр, специально проградуированный, для непосредственного отсчета высоты над уровнем моря называют **альтиметром**. Его широко применяют в авиации, при восхождении на горы.

Преобразуя в выражении (25) показатель степени

$$\frac{\mu gh}{RT} = \frac{N_A mgh}{RT} = \frac{mgh}{kT},$$

получаем

$$p = p_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}, \quad (26)$$

где $mgh = \varepsilon_{\text{п}}$ – потенциальная энергия молекулы на высоте h . Поэтому формулу (26) можно переписать в виде.

$$p = p_0 e^{-\frac{\varepsilon_{\text{п}}}{kT}}$$

От барометрической формулы вида (26) легко перейти к закону изменения с высотой числа молекул в единице объема (концентрации молекул). Для этого воспользуемся связью давления и концентрации (13).

$$p = nkT, \quad p_0 = n_0 kT.$$

Подставляя p и p_0 в (26), получим

$$n = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}} = n_0 e^{-\frac{\varepsilon_{\text{п}}}{kT}}, \quad (27)$$

где n и n_0 – концентрации молекул на высотах $h \neq 0$ и $h = 0$ соответственно.

Больцман показал, что распределение (27) справедливо не только в потенциальном поле сил земного тяготения, но и в любом потенциальном поле сил для совокупности любых одинаковых частиц, находящихся в состоянии хаотического теплового движения. Поэтому распределение (27) называют **законом Больцмана**.

С одной стороны, чем выше температура, тем эффективнее действие теплового движения. В пределе $T \rightarrow \infty$, $n \rightarrow n_0$, т.е. тепловое движение стремится разбросать частицы равномерно по всему объему. С другой стороны, под действием сил поля частицы стремятся расположиться там, где их потенциальная энергия минимальна. В пределе при $T \rightarrow 0$ (отсутствие теплового движения) $n \rightarrow 0$, т.е. все частицы занимали бы состояние с минимальной (нулевой) потенциальной энергией (в случае поля тяготения Земли молекулы собирались бы на поверхности Земли).