Постоянное магнитное поле

1. Магнитное поле и его характеристики

Опыт показывает, что подобно тому, как в пространстве, окружающем электрические заряды, возникает электрическое поле (являющееся средой взаимодействия между ними), так в пространстве, окружающем токи и постоянные магниты, возникает силовое поле, называемое *магнитным*. Наличие такого поля обнаруживается по силовому воздействию на внесенные в него проводники с током или постоянные магниты. Название «магнитное поле» связывают с ориентацией магнитной стрелки под действием силового поля, создаваемого током. Это явление впервые было обнаружено датским физиком Х. Эрстедом в 1820 г.

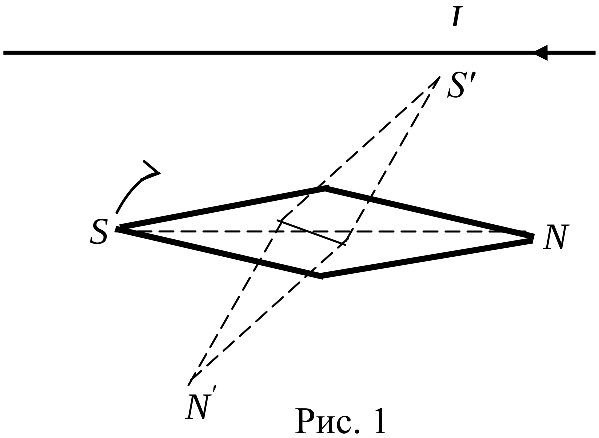


Рис. 1

При пропускании по прямолинейному горизонтальному проводнику постоянного тока силой I находящаяся под ним магнитная стрелка поворачивается вокруг своей вертикальной оси, стремясь расположиться перпендикулярно проводнику с током (рис. 1). Ось стрелки тем точнее совпадает с этим направлением, чем больше сила тока и чем слабее влияние магнитного поля Земли. Эрстед обнаружил, что направление поворота северного полюса (N) стрелки под действием электрического тока изменяется на противоположное при изменении направления тока в проводнике.

В дальнейшем экспериментально исследовалось действие на магнитную стрелку электрического тока, протекающего по проводникам различной формы. Во всех случаях проводники с током оказывали ориентирующее действие на магнитную стрелку. Таким образом, при прохождении по проводнику электрического тока вокруг него возникает магнитное поле, действующее на помещенную в него магнитную стрелку.

Эксперименты показывают, что вокруг всякого движущегося заряда помимо электрического поля существует также и магнитное поле. Электрическое поле действует как на неподвижные, так и на движущиеся заряды. *Важнейшая особенность магнитного поля* состоит в том, что оно действует только на *движущиеся* в этом поле электрические заряды. Характер воздействия магнитного поля на ток зависит от формы проводника, по которому течет ток, от расположения проводника в силовом поле и от направления тока. Следовательно, чтобы охарактеризовать магнитное поле, надо рассмотреть его действие на определенный электрический ток.

Подобно тому, как при исследовании электростатического поля использовались точечные электрические заряды, для обнаружения и исследования магнитного поля используется замкнутый плоский контур с током - *рамка с током*, размеры которой малы по сравнению с расстоянием до токов, создающих магнитное поле. Ориентация контура в пространстве характеризуется направлением нормали $\vec{n}$ к плоскости рамки. В качестве положительного направления нормали принимается направление, связанное стоком *правилом буравчика*: за положительное направление нормали принимается направление поступательного движения винта, рукоятка (головка) которого вращается в направлении тока, текущего в рамке (рис. 2).

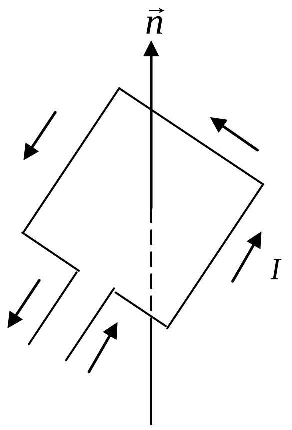


Рис. 2

Если поместить рамку с током в магнитное поле, то поле будет оказывать на рамку ориентирующее воздействие, поворачивая ее соответствующим образом. Это связано с определенным направлением магнитного поля. *За направление магнитного поля принимается направление, вдоль которого располагается положительная нормаль к рамке*. За направление магнитного поля может быть также принято направление, совпадающее с направлением силы, действующей на северный полюс магнитной стрелки, помещенной в данную точку. Так как оба полюса стрелки лежат в близких точках поля, то силы, действующие на оба полюса, равны друг другу. Следовательно, на магнитную стрелку действует пара сил, поворачивающая ее так, чтобы ось стрелки, соединяющая *S*-*N*, совпадала с направлением поля.

Рамкой с током можно воспользоваться и для *количественного* описания магнитного поля. Так как рамка испытывает на себе ориентирующее действие поля, на нее в магнитном поле действует *момент сил* $\vec{M}$. Вращающий момент сил $\vec{M}$ зависит от *свойств магнитного поля* в данной точке и от параметров самой рамки

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}, \qquad (1)$$

где $\vec{B}$ – векторная величина, характеризующая магнитное поле, которая называется *вектором индукции магнитного поля*, $\vec{p}_m$ – вектор магнитного момента рамки с током. Для плоской рамки, по которой протекает ток силой I, вектор магнитного момента рамки определяется как

$$\vec{p}_m = IS\vec{n},$$

где S – площадь поверхности контура; $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к поверхности рамки. Направление $\vec{p}_m$ совпадает, таким образом, с направлением положительной нормали.

Если в данную точку магнитного поля помещать рамки с различными магнитными моментами, то на них будут действовать различные по величине вращающие моменты, однако отношение $M_{\max}/p_m$ для всех контуров будет одним и тем же и поэтому может служить *количественной характеристикой* магнитного поля, называемой *магнитной индукцией*:

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m}. \qquad (2)$$

Таким образом, магнитная индукция в данной точке *однородного* поля определяется максимальным вращающим моментом, действующим на рамку с магнитным моментом, равным единице. Формула (2) является определением величины вектора магнитной индукции. Единица измерения магнитной индукции – *Тесла (Тл)*: $1\,\text{Тл} = \dfrac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}}$.

По аналогии с электрическим полем, магнитное поле можно изобразить с помощью *линий магнитной индукции* - линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора $\vec{B}$. Их направление определяется правилом буравчика: рукоятка винта, ввинчиваемого по направлению тока, вращается в направлении линий магнитной индукции.

Линии магнитной индукции всегда замкнуты и охватывают проводники с токами или постоянные магниты. Этим они отличаются от линий напряженности электростатического поля, которые являются разомкнутыми (начинаются на положительных зарядах, обрываются на отрицательных и вблизи поверхности заряженного тела направлены перпендикулярно к ней).

Согласно предположению французского физика А. Ампера, в любом теле существуют микроскопические (молекулярные) токи, обусловленные движением электронов в атомах и молекулах. Эти токи создают свое магнитное поле и могут поворачиваться в магнитных полях макроскопических токов (токов, текущих в проводниках). Так, если вблизи какого-то тела (среды) поместить проводник с током, т.е. макроток, то под действием его магнитного поля микротоки в атомах тела определенным образом ориентируются, создавая тем самым дополнительное магнитное поле. Поэтому вектор магнитной индукции $\vec{B}$ характеризует *результирующее магнитное поле*, создаваемое всеми макро- и микротоками, т.е. при одном и том же токе I и прочих равных условиях вектор $\vec{B}$ в различных средах будет иметь разные значения.

Магнитное поле, создаваемое макротоками, характеризуется вектором напряженности $\vec{H}$. Для однородной изотропной среды связь между векторами индукции $\vec{B}$ и напряженности $\vec{H}$ магнитного поля определяется выражением

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \tag{3}$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ *Гн/м* – магнитная постоянная, μ – магнитная проницаемость среды (безразмерная величина), показывающая, во сколько раз магнитное поле макротоков усиливается за счет поля микротоков данной среды.

Единица напряженности магнитного поля – *ампер на метр*: *1 А/м* - напряженность такого поля, магнитная индукция которого в вакууме равна $4\pi \cdot 10^{-7}$ *Тл.*

2. Закон Био-Савара-Лапласа

После опытов Эрстеда начались интенсивные исследования магнитного поля постоянного тока. Французские физики Био и Савар в первой четверти XIX в. изучали магнитные поля, создаваемые в воздухе прямолинейным током, круговым током, катушкой с током и т.п. На основании многочисленных экспериментов они пришли к выводу, что магнитная индукция поля проводника с током пропорциональна силе тока, зависит от формы и размеров проводника, а также от расположения рассматриваемой точки поля относительно проводника.

Био и Савар попытались получить закон, который позволял бы рассчитывать индукцию в каждой точке магнитного поля, создаваемого током в проводнике любой формы. Однако формализовать данную задачу они не смогли. По их просьбе этой задачей занялся французский физик и математик Лаплас. Он учел векторный характер магнитной индукции и высказал гипотезу, что для магнитного поля справедлив принцип суперпозиции, т.е. принцип независимости действия полей:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{n} \vec{B}_i = \int_l d\vec{B},$$

где $d\vec{B}$ – индукция магнитного поля малого элемента dl проводника с током, а интегрирование проводится по всей длине проводника.

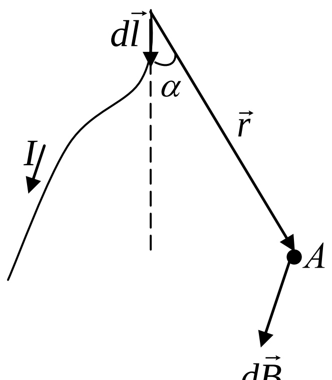


Рис. 3

Закон Био-Савара-Лапласа для проводника с током I, элемент которого dl создает в некоторой точке A индукцию поля $d\vec{B}$ записывается в виде:

$$d\vec{B} = k\frac{I}{r^3} d\vec{l} \times \vec{r}, \qquad (4)$$

где $d\vec{l}$ – вектор, по модулю равный длине dl проводника и совпадающий по направлению с током; $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный от элемента dl проводника в точку A поля; r – модуль радиуса-вектора. Направление $d\vec{B}$ перпендикулярно $d\vec{l}$ и $\vec{r}$, т.е. перпендикулярно плоскости, проведенной через эти векторы и совпадает с касательной к линии магнитной индукции. Это направление находится по правилу буравчика (Рис. 3).

Коэффициент пропорциональности k зависит от выбора системы единиц. В СИ это размерная величина, равная

$$k = \frac{\mu_0}{4\pi},$$

где μ_0 – магнитная постоянная. Таким образом, в СИ закон Био-Савара-Лапласа имеет вид:

$$d\overline{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} d\vec{l} \times \vec{r}. \qquad (5)$$

Так как модуль векторного произведения $d\vec{l} \times \vec{r}$ равен $dl \cdot r\sin\alpha$, то модуль вектора $d\vec{B}$ определяется выражением

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2}. \qquad (6)$$

Из выражения (5) следует, что магнитная индукция поля, создаваемого в вакууме током I, идущим по проводнику конечной длины и любой формы, равна

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_l \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}. \tag{7}$$

Закон Био-Савара-Лапласа совместно с принципом суперпозиции позволяет рассчитывать магнитные поля, создаваемые любыми проводниками с током.

1. *Магнитное поле прямого тока*.

В данном случае поле создается током, протекающим по тонкому прямому проводнику бесконечной длины (рис. 4). В произвольной точке *A*, удаленной от оси проводника на расстояние *R*, векторы $d\vec{B}$ от всех элементов тока dl имеют одинаковое направление, перпендикулярное плоскости чертежа. Поэтому сложение векторов $d\vec{B}$ можно заменить сложением их модулей. В качестве постоянной интегрирования выберем угол α, выразив через него все остальные величины. Из рис. 4 следует:

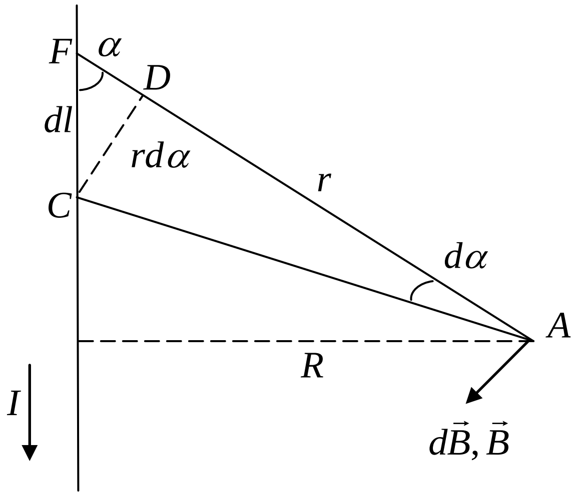


Рис. 4

$$\sin\alpha = \frac{R}{r}, \text{ откуда } r = \frac{R}{\sin\alpha}.$$

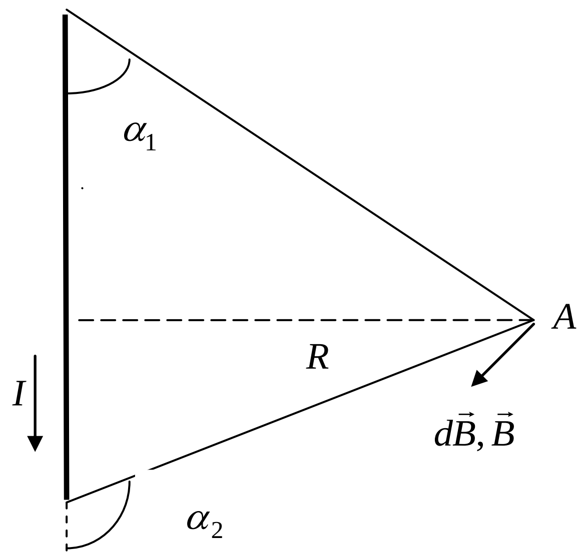
С другой стороны, $\sin\alpha = \dfrac{CD}{dl} = \dfrac{rd\alpha}{dl}$, откуда $dl = \dfrac{rd\alpha}{\sin\alpha}$. Подставляя эти выражения в формулу (6), получим:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{rd\alpha \sin\alpha \sin^2\alpha}{\sin\alpha R^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \sin\alpha d\alpha. \tag{8}$$

Так как угол α для всех элементов прямого тока изменяется в пределах от 0 до π, то согласно (7) и (8) получим:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_0^\pi \sin\alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}. \tag{9}$$

Если проводник имеет конечную длину, то в этом случае угол α будет изменяться не от 0 до π, а от α_1 до α_2:



В этом случае

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right) \qquad (9')$$

2. *Магнитное поле в центре кругового проводника с током*. В данном случае все элементы dl кругового проводника с током создают в центре магнитное поле одинакового направления – вдоль нормали от витка (рис. 5). Поэтому сложение $d\vec{B}$ можно также заменить сложением их модулей. Так как все элементы проводника dl перпендикулярны радиусу-вектору $(\sin\alpha = 1)$ и расстояние всех элементов проводника до центра кругового витка одинаково и равно R, то

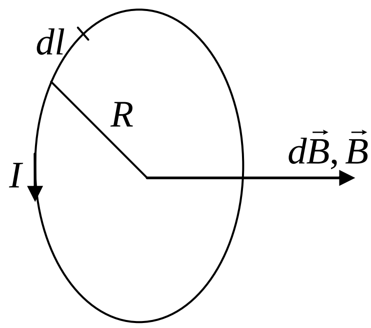


Рис. 5

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl\sin\alpha}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{1}{R^2}dl.$$

Интегрируя это выражение по l, получим:

$$B = \int_l dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 I}{2R}. \qquad (10)$$

3. Магнитное поле движущегося заряда. Сила Лоренца

Любой проводник с током создает в окружающем пространстве магнитное поле. В свою очередь ток представляет собой упорядоченное движение электрических зарядов. Отсюда следует, что каждый движущийся в вакууме или среде заряд создает вокруг себя магнитное поле.

Исторически, в результате обобщения опытных данных был установлен закон, определяющий магнитное поле индукцией $\vec{B}$ точечного заряда q, свободно движущегося с нерелятивистской скоростью $\vec{v}$:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{r}}{r^3}, \qquad (11)$$

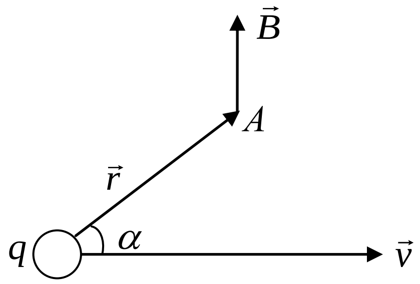


Рис. 6

где $\vec{r}$ - радиус-вектор, проведенный от заряда q к данной точке поля. Вектор $\vec{B}$ направлен перпендикулярно к плоскости, проведенной через векторы $\vec{r}$ и $\vec{v}$, а именно: его направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от $\vec{v}$ к $\vec{r}$ (рис. 6).

Модуль вектора магнитной индукции $\overline{B}$ определяется выражением

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qv}{r^2}\sin\alpha. \qquad (12)$$

Сравнивая (11) с выражением (5), можно сделать вывод, что движущийся заряд по своим магнитным свойствам соответствует элементу тока:

$$\frac{\mu_0 q}{4\pi}\frac{\bar{v}\bar{r}}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\bar{l}\bar{r}}{r^3},$$

или

$$Id\vec{l} = q\vec{v}.$$

Приведенные закономерности справедливы лишь при относительно малых скоростях движущихся зарядов ($v<<c$), т.е. когда электрическое поле свободно движущегося заряда можно считать электростатическим.

Сила, действующая со стороны магнитного поля на движущийся в нем электрический заряд, называется *силой Лоренца*:

$$\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}. \qquad (13)$$

Направление силы Лоренца определяется *правилом левой руки*: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входили линии индукции магнитного поля, а четыре вытянутых пальца направить вдоль вектора $\vec{v}$, то отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на *положительный заряд* (рис. 7). На отрицательный заряд сила со стороны магнитного поля действует в противоположном направлении.

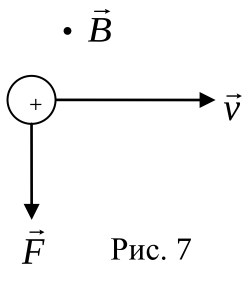


Рис. 7

Модуль силы Лоренца определяется по формуле

$$F = qvB\sin\alpha,$$

где α - угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$. Эта формула еще раз показывает, что магнитное поле не действует на покоящиеся электрические заряды.

Сила Лоренца всегда перпендикулярна вектору $\vec{v}$ движения заряженной частицы, поэтому она не изменяет модуля ее скорости. Это означает, что постоянное магнитное поле не совершает работы над движущейся в нем заряженной частицей и кинетическая энергия этой частицы при движении в магнитном поле не изменяется.

Если на движущийся электрический заряд помимо магнитного поля с индукцией $\vec{B}$ действует и электрическое поле напряженностью $\vec{E}$, то результирующая сила $\vec{F}$, приложенная к заряду, равна векторной сумме двух составляющих – электрической и магнитной (*формула Лоренца*):

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\,\vec{v} \times \vec{B}.$$

Разделение силы Лоренца на электрическую и магнитную составляющие относительно, так как они зависят от выбора инерциальной системы отсчета. Это объясняется тем, что при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой изменяются не только скорость заряда, но и силовые характеристики $\vec{E}$ и $\vec{B}$ полей. Соответственно разделение электромагнитного поля на электрическое и магнитное поля тоже относительно.

4. Проводник с током в магнитном поле. Закон Ампера

Обобщая результаты действия магнитного поля на различные проводники с током, А. Ампер установил, что сила $d\vec{F}$, с которой магнитное поле действует на элемент dl проводника с током, находящегося в магнитном поле, прямо пропорциональна силе тока I в проводнике и векторному произведению элемента длины $d\vec{l}$ проводника на магнитную индукцию $\vec{B}$:

$$d\vec{F} = I\,d\vec{l} \times \vec{B}. \qquad (14).$$

Направление силы $d\vec{F}$ определяется правилом левой руки. Модуль силы Ампера находится по формуле

$$dF = IBdl\sin\alpha, \qquad (15)$$

где α - угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{B}$.

Из формулы (15) следует, что сила dF максимальна, если элемент проводника с током расположен перпендикулярно линиям магнитной индукции:

$$dF_{\max} = IBdl.$$

Из последнего выражения можно получить формулу для численного определения магнитной индукции:

$$B = \frac{1}{I}\left(\frac{dF}{dl}\right)_{\max},$$

т.е. магнитная индукция численно равна отношению силы, действующей со стороны магнитного поля на малый элемент проводника с током, к произведению силы тока на длину этого элемента, если он так расположен в поле, что указанное отношение наибольшее.

Единица магнитной индукции – *тесла* (Тл): *1 Тл* – это индукция такого однородного магнитного поля, которое действует с силой в *1 Н* на каждый метр длины прямолинейного проводника, расположенного перпендикулярно направлению поля, если по этому проводнику протекает ток в *1 А*:

$$1\text{ Тл} = 1\text{ Н}/(\text{А}\cdot\text{м}).$$

Закон Ампера применяется для определения силы взаимодействия токов. Рассмотрим два протяженных параллельных проводника с токами I_1 и I_2 (направления токов в проводниках «к нам»), расстояние между которыми R (рис. 8). Каждый из проводников создает магнитное поле, которое действует по закону Ампера на другой проводник с током. Определим силу, с которой действует магнитное поле тока I_1 на элемент dl второго проводника с током I_2.

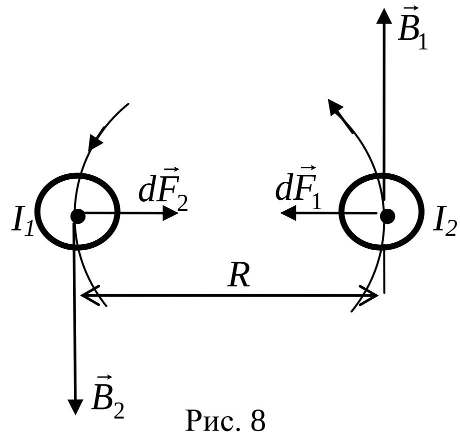


Рис. 8

Ток I_1 создает вокруг себя магнитное поле, линии индукции которого представляют собой концентрические окружности. Направление вектора $\vec{B}_1$ определяется правилом буравчика, а модуль находится по уже известной формуле (см. формулу (9)):

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R}.$$

Направление силы $d\vec{F}_1$, с которой поле $\vec{B}_1$ действует на участок dl второго проводника с током, определяется по правилу левой руки и указано на рисунке. Модуль этой силы с учетом того, что угол между элементом тока I_2 и вектором $\overline{B}_1$ прямой, равен

$$dF_1 = I_2 B_1 dl.$$

Подставляя сюда значение B_1, получим:

$$dF_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R} dl. \tag{16}$$

Рассуждая аналогично, можно определить силу $d\vec{F}_2$, с которой магнитное поле тока I_2 действует на элемент dl первого проводника с током I_1. Эта сила направлена в противоположную сторону и по модулю равна

$$dF_2 = I_1 B_2 dl = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R} dl. \tag{17}$$

Сравнение (16) и (17) показывает, что $dF_1 = dF_2$, т.е. элементы длиной dl двух параллельных токов одинакового направления притягиваются друг к другу с силой

$$dF = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R} dl. \tag{18}$$

Если токи в проводниках имеют противоположные направления, то, используя правило левой руки, можно показать, что между ними действует сила отталкивания, определяемая формулой (18).

5. Циркуляция вектора индукции магнитного поля в вакууме

Аналогично циркуляции вектора напряженности электростатического поля $\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l}$ в магнитном поле вводится понятие циркуляции вектора магнитной индукции $\vec{B}$ по заданному замкнутому контуру:

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_l B_l dl,$$

где $d\vec{l}$ - вектор элементарной длины контура, направленный вдоль обхода контура; $B_l = B\cos\alpha$ - составляющая вектора $\vec{B}$ в направлении к касательной к контуру с учетом выбранного обхода контура; α - угол между векторами $\vec{B}_1$ и $d\vec{l}$.

Теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$ или ***закон полного тока для магнитного поля в вакууме*** формулируется следующим образом: *циркуляция вектора* $\vec{B}$ *по произвольному замкнутому контуру равна произведению магнитной постоянной на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром*, т.е.

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_l B_l dl = \mu_0 \sum_{k=1}^{n} I_k, \qquad (19)$$

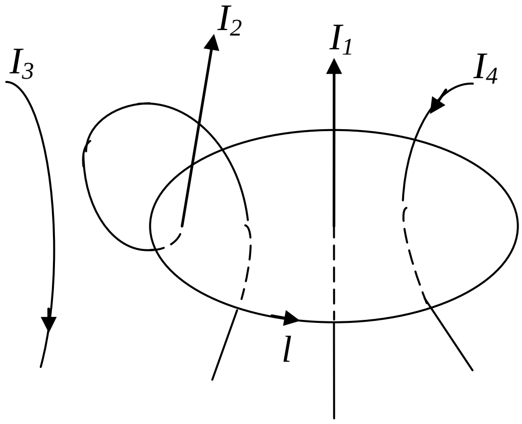


Рис. 9

где n – число проводников с токами, охватываемых контуром l произвольной формы (или, что то же самое, *число проводников, пересекающих произвольную поверхность, опирающуюся на контур*). При этом каждый ток учитывается столько раз, сколько раз он охватывается контуром. Положительным считается ток, направление которого связано с направлением обхода контура правилом правого винта; ток противоположного направления считается отрицательным. Например, для системы токов, охваченных контуром l на рис. 9, закон полного тока запишется следующим образом:

$$\oint_l B_l dl = \mu_0 (I_1 + 2I_2 - 0 - I_4).$$

Выражение (19) справедливо только для магнитного поля в вакууме, так как для поля в веществе необходимо дополнительно учитывать молекулярные токи (микротоки).

Убедимся в справедливости теоремы о циркуляции вектора $\overline{B}$ на простом примере магнитного поля прямого тока *I*, перпендикулярного плоскости чертежа и направленного «к нам» (рис. 10).

Представим себе замкнутый контур l в виде окружности радиуса r. В каждой точке этой окружности вектор $\vec{B}$ одинаков по модулю и направлен по касательной к ней. Следовательно, в данном случае циркуляция вектора $\vec{B}$ будет равна

$$\oint_l Bdl = B\oint_l dl = B \cdot 2\pi r.$$

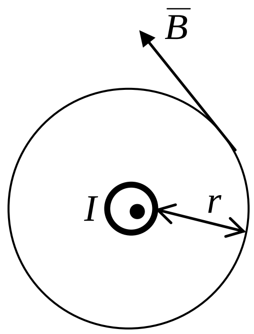


Рис. 10

Согласно формуле (9), магнитная индукция, создаваемая бесконечно длинным прямым проводником на расстоянии r от него равна $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$. Подставляя получаем

$$\oint_l Bdl = B \cdot 2\pi r = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} 2\pi r = \mu_0 I\,,$$

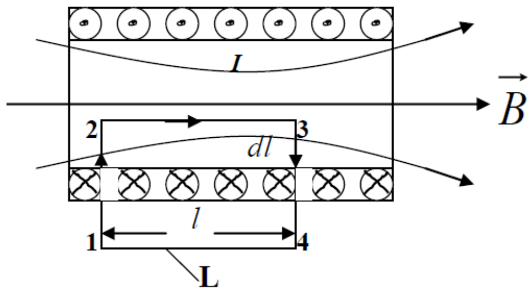
т. е. циркуляция равна произведению магнитной постоянной на силу тока, охватываемого контуром, что означает справедливость теоремы о циркуляции вектора $\vec{B}$.

Можно показать, что теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$ полностью эквивалентна закону Био-Савара-Лапласа. А именно, из этой теоремы вытекает закон Био-Савара-Лапласа и наоборот.

Сравнивая выражения $\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ и $\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^{n} I_k$ для циркуляции векторов $\vec{E}$ и $\vec{B}$, видно, что между ними существует принципиальное различие: циркуляция вектора напряженности электростатического поля всегда равна нулю, т.е. такое поле является *потенциальным*; циркуляция вектора $\vec{B}$ отлична от нуля, поэтому говорят, что магнитное поле является *вихревым*.

Теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$ позволяет находить магнитную индукцию поля без применения закона Био-Савара-Лапласа.

Применим теорему о циркуляции для решения следующей задачи – нахождения магнитного поля внутри бесконечно длинного *соленоида*. Соленоидом называется цилиндрическая катушка, на которую вплотную намотано большое число витков провода:



Пусть N - число витков вдоль длины соленоида l, тогда $\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^{n} I_k$, где L – контур 12341 или $\int_1^2 \vec{B}d\vec{l} + \int_2^3 \vec{B}d\vec{l} + \int_3^4 \vec{B}d\vec{l} + \int_4^1 \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 NI$. Интегралы на участках 1-2, 3-4 равны нулю, т.к. $\vec{B} \perp d\vec{l}$ и $\vec{B}d\vec{l}$ $=Bdl\cos\pi/2$ $=0$; интеграл на участке 4-1 равен нулю, т.к. вне соленоида индукция $\vec{B}$ равна нулю. Поэтому

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \int_2^3 \vec{B}d\vec{l} = \int_2^3 Bdl\cos 0^0 = \mu_0 NI ,$$

отсюда

$$B = \mu_0 I \frac{N}{l} = \mu_0 In,$$

где $n = \dfrac{N}{l}$ - число витков, приходящееся на единицу длины соленоида. Поле соленоида однородно.

6. Теорема Гаусса для магнитного поля в вакууме

Потоком вектора магнитной индукции или *магнитным потоком* сквозь малую поверхность площадью dS называется скалярная физическая величина, равная

$$d\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B_n dS, \qquad (20)$$

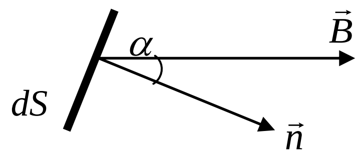


Рис. 11

где $B_n = B\cos\alpha$ - проекция вектора $\vec{B}$ на направление нормали к площадке dS (рис. 11); $d\vec{S} = \vec{n}dS$ - вектор, модуль которого равен dS, а направление совпадает с направлением нормали $\vec{n}$ к площадке.

Магнитный поток сквозь произвольную поверхность площадью S равен

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B_n dS. \qquad (21)$$

Если магнитное поле однородно, а поверхность плоская, то как частный случай

$$\Phi_B = BS\cos\alpha. \qquad (22)$$

Если плоская поверхность расположена перпендикулярно вектору $\bar{B}$, то угол $\alpha = 0$ и

$$\Phi_B = BS.$$

Отсюда определяется единица магнитного потока *вебер* (Вб): *1 Вб* – это магнитный поток, проходящий сквозь плоскую поверхность площадью *1 м*^{2}, расположенную перпендикулярно однородному магнитному полю, индукция которого равна *1 Тл*, т.е.

$$1\ \text{Вб} = 1\ \text{Тл}\cdot\text{м}^2.$$

Теорема Гаусса для магнитного поля формулируется следующим образом: *поток вектора магнитной индукции сквозь произвольную замкнутую поверхность равен нулю:*

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = \oint_S B_n dS = 0. \qquad (23)$$

Эта теорема отражает тот факт, что в природе не существует магнитных масс (магнитных зарядов) – источников магнитного поля, на которых начинались бы или заканчивались линии магнитной индукции. Вследствие этого силовые линии магнитного поля не имеют ни начала, ни конца и являются замкнутыми.

Итак, потоки векторов $\vec{B}$ и $\vec{E}$ сквозь замкнутую поверхность в вихревом и потенциальном полях имеют различные выражения:

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0, \quad \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i.$$

Магнитный поток через поверхность, ограниченную замкнутым контуром, называется *потокосцеплением* Ψ этого контура. Например, потокосцепление катушки, состоящей из N витков, магнитные потоки через которые одинаковы и равны Φ, определяется как

$$\Psi = N\Phi.$$

Потокосцепление контура, обусловленное магнитным полем тока в самом этом контуре, называется *потокосцеплением самоиндукции*. Потокосцепление контура, обусловленное магнитным полем тока, идущим в другом контуре, называется *потокосцеплением взаимной индукции* этих двух контуров.

В качестве примера найдем потокосцепление самоиндукции соленоида:

$$\Psi = \Phi_1 N = NBS = \mu_0\mu\frac{N^2 I}{l}S,$$

где Φ_1 - магнитный поток через один виток соленоида площадью S.

7. Магнитные свойства вещества

Если в магнитное поле, индукция которого равна $\vec{B}_0$, поместить вещество, то индукция магнитного поля в веществе $\vec{B}$ будет отличаться от $\vec{B}_0$.

Величина, характеризующая магнитные свойства вещества, в котором действует магнитное поле, называется *магнитной проницаемостью* (μ) этого вещества. Магнитная проницаемость показывает, во сколько раз магнитная индукция B в однородной изотропной среде больше (или меньше), чем в вакууме:

$$\mu = \frac{B}{B_0}.$$

Для вакуума $\mu = 1$.

Если магнитная проницаемость какого-либо вещества меньше единицы, то это вещество называют *диамагнитным*. В таких веществах магнитное поле слабее, чем в вакууме при прочих равных условиях. К диамагнитным материалам относятся медь, серебро, углерод и другие (табл. 1).

Таблица 1

Вещество	μ	**Вещество**	μ
Водород (газообразный)	0,999937	Серебро	0,999981
Вода	0,999991	Золото	0,999963
Стекло	0,999987	Медь	0,999912
Цинк	0,999991	Висмут	0,999824

Если магнитная проницаемость вещества больше единицы, то такое вещество называют *парамагнитным*. Парамагнитными материалами являются вольфрам, платина, марганец и другие (табл. 2).

Таблица 2

Вещество	μ	**Вещество**	μ
Азот (газообразный)	1,000013	Эбонит	1,000014
Воздух (газообразный)	1,000038	Алюминий	1,000023
Кислород (газообразный)	1,000017	Вольфрам	1,000253
Кислород (жидкий)	1,003400	Платина	1,000253

Если магнитная проницаемость материала больше единицы во много раз, то такие материалы называют *ферромагнитными* (железо, никель, кобальт, некоторые сплавы). Эти материалы широко применяются в электротехнике, так как только их можно намагничивать.

Для объяснения магнитных свойств различных веществ рассмотрим механизм действия магнитного поля на движущиеся заряды (электроны) в атомах и молекулах вещества.

Электрон, вращающийся вокруг ядра атома по замкнутой орбите, создает круговой электрический ток (рис. 12). Вследствие этого тока возникает магнитное поле и движение электрона можно охарактеризовать орбитальным магнитным моментом

$$p_{mi} = IS = e\nu S,$$

где ν - частота вращения электрона по орбите, S – площадь орбиты, i - индекс, нумерующий электрон в атоме. Вектор $\vec{p}_{mi}$ направлен в соответствии с правилом правого винта.

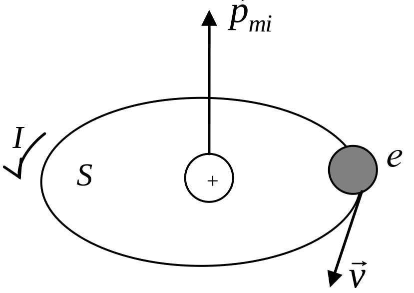


Рис. 12

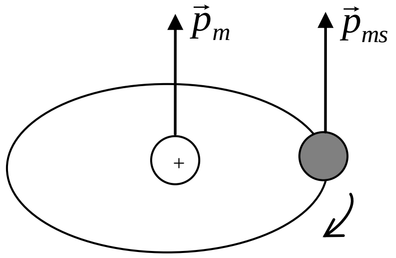


Рис. 13

Вектор орбитального магнитного момента атома $\vec{p}_m$ равен геометрической сумме орбитальных моментов $\vec{p}_{mi}$ отдельных электронов этого атома, т.е.

$$\vec{p}_m = \sum_{i=1}^{Z} \vec{p}_{mi},$$

где Z – порядковый номер химического элемента в таблице Д.И. Менделеева.

Если вещество имеет молекулярное строение, то орбитальный магнитный момент молекулы равен векторной сумме орбитальных магнитных моментов атомов, входящих в состав молекулы.

Независимо от орбитального движения электроны являются источниками магнитного поля, так как вращаются вокруг собственной оси, т.е. обладают собственным механическим моментом импульса – *спином*, и, как следствие, *собственным (спиновым) магнитным моментом* $\vec{p}_{ms}$.

Таким образом, магнетизм атомов обусловлен двумя причинами: движением электронов по орбитам вокруг ядра и собственным моментом импульса (рис. 13).

Если поместить вещество во внешнее магнитное поле, происходит упорядочение направлений векторов магнитных моментов $\vec{p}_{m,j}$ отдельных атомов или молекул (намагничивание). Здесь j - индекс, нумерующий атом или молекулу). В результате макроскопический объем магнетика приобретает определенный суммарный магнитный момент. Векторная физическая величина, определяемая магнитным моментом единицы объема вещества, называется *намагниченностью*:

$$\vec{J} = \frac{1}{V}\sum_{j=1}^{n} \vec{p}_{m,j},$$

где n – число атомов или молекул в объеме V.
Намагниченность в СИ измеряется в *А/м*. Оказывается, для несильных полей между вектором $\vec{J}$ и вектором напряженности магнитного поля $\vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_0 \mu}$ имеется прямо пропорциональная зависимость

$$\vec{J} = \chi \vec{H},$$

и коэффициент пропорциональности χ (хи) есть безразмерная величина, называемая *магнитной восприимчивостью вещества.*

Обобщим теорему о циркуляции для магнитного поля при наличии вещества. В дальнейшем будем называть ***макротоками*** обычные токи, текущие по проводникам. ***Микротоками*** будем называть круговые токи, создаваемые электронами в атомах.

Ранее было показано, что для поля в вакууме справедлива *теорема о циркуляции*:

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^{n} I_k .$$

В случае поля в веществе эта теорема о циркуляции $\vec{B}$ запишется так

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \mu_0(I + I'),$$

где I и I' соответственно алгебраические суммы макротоков и микротоков, охватываемых контуром L.

Можно показать, что имеет место равенство

$$\oint_L \vec{J}d\vec{l} = I'.$$

Это равенство заключается в том, что ***циркуляция вектора намагниченности через произвольный замкнутый контур*** L ***равен алгебраической сумме микротоков, охватываемых контуром*** L**.** Мы принимаем это равенство без доказательства. В более строгой литературе оно называется ***теоремой о циркуляции для вектора намагниченности.***

С учетом этого равенства уравнение $\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \mu_0(I + I'),$ перепишется в виде

$$\oint_L \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}\right)d\vec{l} = I,$$

или, принимая во внимание формулу $\vec{J} = \chi\vec{H}$, найдем

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} = \frac{\mu_0\mu\vec{H}}{\mu_0} - \chi\vec{H} = (\mu - \chi)\vec{H}$$

и тогда

$$(\mu - \chi)\oint_L \vec{H}d\vec{l} = I. \qquad (*)$$

Установим связь между μ и χ. Для этого с учетом формулы $\vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_0\mu}$ запишем уравнение(*) в виде

$$\frac{\mu - \chi}{\mu_0\mu}\oint_L \vec{B}d\vec{l} = I.$$

Запишем последнее уравнение для вакуума, для которого $\mu = 1,\ \chi = 0$:

$$\frac{1}{\mu_0}\oint_L \vec{B}_0 d\vec{l} = I.$$

Учитывая, что

$$\vec{B} = \mu\vec{B}_0$$

и, сравнивая уравнения $\dfrac{\mu - \chi}{\mu_0\mu}\oint_L \vec{B}d\vec{l} = I$ и $\dfrac{1}{\mu_0}\oint_L \vec{B}_0 d\vec{l} = I$, мы заключаем, что

$$\mu = 1 + \chi.$$

Поэтому уравнение (*) принимает вид:

$$\oint_L \vec{H}d\vec{l} = I,$$

где $I=\sum_{k=1}^{n} I_k$ - алгебраическая сумма макротоков. В итоге имеем

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \sum_{k=1}^{n} I_k .$$

Это формула и есть теорема о циркуляции для магнитного поля при наличии вещества. По-другому она называется ***теоремой о циркуляции вектора*** $\vec{H}$**,** которая формулируется следующим образом: ***циркуляция вектора напряженности магнитного поля*** $\vec{H}$ ***по любому замкнутому контуру L равна алгебраической сумме макротоков, охватываемых контуром.***

8. Свойства магнетиков

У большинства атомов *диамагнетиков* нет собственного магнитного момента, его магнитный момент индуцирован внешним полем (подобно тому, как появляется электрический момент в неполярных диэлектриках). Для диамагнетиков связь между индукцией внешнего поля $\vec{B}_0$ и индукцией поля $\vec{B}$ есть

$$\vec{B} = \mu \vec{B}_0 ,$$

где $\mu < 1$. Наведенные составляющие магнитных полей атомов (молекул) складываются и образуют собственное магнитное поле $\vec{B}$ вещества, ослабляющее внешнее магнитное поле. Этот эффект называют *диамагнитным эффектом*. Таким образом, диамагнетики – вещества, намагничивающиеся во внешнем магнитном поле против направления поля.

Диамагнитный эффект не зависит от температуры, так как тепловое движение атомов не нарушает ориентации индуцированных токов внутри атомов. Диамагнитный эффект присущ практически любому веществу.

Молекулы *парамагнетиков* имеют отличные от нуля собственные магнитные моменты. В отсутствие внешнего магнитного поля эти моменты расположены хаотически, поэтому вектор намагничивания равен нулю. При внесении парамагнетика в магнитное поле магнитные моменты отдельных атомов или молекул преимущественно ориентируются по полю. Таким образом, парамагнетик намагничивается, создавая собственное магнитное поле, совпадающее по направлению с внешним полем и усиливающее его. Этот эффект называют *парамагнитным эффектом*.

Тепловое движение атомов и молекул нарушает взаимную ориентацию магнитных моментов молекул, поэтому парамагнитный эффект зависит от температуры и μ парамагнетиков убывает с увеличением температуры.

Предельным случаем парамагнетизма является *ферромагнетизм*. Его объяснение дается в квантовой теории, где показано, что в системе, состоящей из большого количества молекул, магнитные моменты которых обусловлены спинами электронов, действуют обменные силы, стремящиеся одинаково ориентировать спины двух соседних атомов (молекул). Поэтому в некоторых веществах (железо, сталь, кобальт, никель, их сплавы) возникают микроскопические области, имеющие вследствие сложения спинов электронов значительные магнитные моменты, т.е. самопроизвольно намагниченные до насыщения. Эти области получили название *доменов*.

При отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты отдельных доменов ориентированы хаотически и компенсируют друг друга, поэтому результирующий магнитный момент ферромагнетика равен нулю (вещество не намагничено). При внесении ферромагнетика во внешнее магнитное поле происходит ориентация по полю магнитных моментов не отдельных атомов, как у парамагнетиков, а целых областей спонтанной намагниченности.

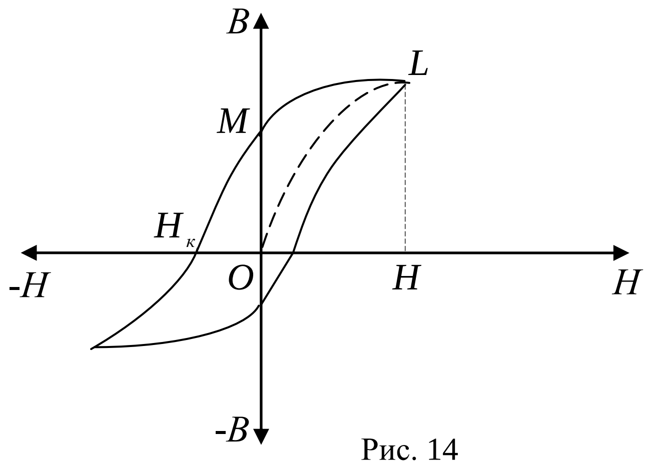


Рис. 14

При возрастании температуры намагничивание ферромагнетиков уменьшается, они теряют свои магнитные свойства и превращаются в парамагнитные вещества. Для каждого ферромагнитного материала есть определенная температура перехода, называемая *точкой Кюри*. Например, для железа *1043 К*, кобальта *1393 К*, никеля *631 К*.

Характерная особенность ферромагнетиков состоит в том, что для них зависимость $J = f(H)$, а значит, и $B = f(H)$ является нелинейной и определяется предысторией намагничивания вещества. Это явление называют *магнитным* гистерезисом. Как мы видели $B = \mu_0 \mu H$. Если бы μ была постоянной, то зависимость между B и H была бы линейной, но это не так.

Зависимость $B = f(H)$ изображена на рис. 14. Поскольку $B = \mu B_0$, то $H = \dfrac{B}{\mu_0 \mu} = \dfrac{\mu B_0}{\mu_0 \mu} = \dfrac{B_0}{\mu_0}$. Поэтому H пропорциональна индукции B_0 внешнего магнитного поля, в которое помещен магнетик. При намагничивании магнитное поле внутри ферромагнетика возрастает от нуля до некоторого значения *H* (рис. 14). Изменение значения индукции в веществе характеризуется кривой *OL*. Если уменьшать напряженность поля *H*, то изменение индукции изобразится кривой *LM*, т.е. индукция ферромагнетика будет уменьшаться, но ее значения будут большими для соответствующих значений напряженности внешнего поля при намагничивании. При напряженности поля *H=0* индукция B отлична от нуля, т.е. в этом состоянии (отрезок *OM*) ферромагнетик является постоянным магнитом. Чтобы уничтожить остаточное намагничивание, необходимо создать поле *–H*, направленное противоположно первоначальному. Напряженность магнитного поля, при которой *B=0*, называется *задерживающей*, или *коэрцитивной, силой*

$H_к$. При последующем изменении поля индукция также изменяется, образуя *петлю гистерезиса*.

В зависимости от значения задерживающей силы различают мягкие и жесткие ферромагнетики.

Мягкие ферромагнетики имеют узкую петлю гистерезиса и малые значения коэрцитивной силы. К ним относятся железо, пермаллой и некоторые другие материалы. Из мягких ферромагнетиков изготавливают сердечники трансформаторов, генераторов и двигателей.

Жесткие ферромагнетики характеризуются широкой петлей гистерезиса и соответственно большими значениями коэрцитивной силы. К ним относятся сталь и ее сплавы. Жесткие ферромагнетики используются для изготовления постоянных магнитов.

Площадь петли гистерезиса характеризует ту работу, которую необходимо совершить для перемагничивания ферромагнетика.