

Электродинамика

1. Закон электромагнитной индукции и его обоснование

Как известно, вокруг любого проводника с электрическим током возникает магнитное поле. Английский физик М. Фарадей считал, что между электрическими и магнитными явлениями существует тесная взаимосвязь: раз вокруг проводника с током возникает магнитное поле, то должно иметь место и обратное явление – возникновение электрического тока в замкнутом проводнике под действием магнитного поля.

В 1831 г. М. Фарадей экспериментально обнаружил, что при изменении магнитного потока, пронизывающего замкнутый контур, в нем возникает электрический ток. Это явление было названо *электромагнитной индукцией* («индукция» означает «наведение»).

В одном из первых опытов на немагнитном стержне помещались две изолированные друг от друга медные спирали (рис. 1). Концы одной из них (1) через ключ K присоединялись к гальванической батарее B , концы другой (2) – к гальванометру Γ , регистрирующему слабые токи. При неизменной силе тока I_1 в первой спирали гальванометр показывал $I_2=0$. Однако при замыкании и размыкании ключа K стрелка гальванометра слегка отклонялась, а затем быстро возвращалась в исходное положение. Значит, в спирали 2 возникал кратковременный электрический ток, который был назван *индукционным*. Причиной возникновения индукционного тока I_2 является изменение магнитного поля, пронизывающего спираль 2. Направления индукционного тока при замыкании и размыкании ключа были противоположными.

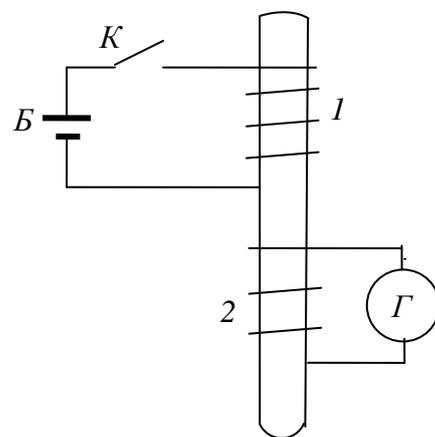


Рис. 1

Явление электромагнитной индукции можно наблюдать и тогда, когда в магнитном поле, образовавшемся между полюсами постоянного магнита, перемещается замкнутый проводник. Если этот проводник находится в покое, то в нем никакого тока не будет. Но стоит только сдвинуть его с места и перемещать так, чтобы он пересекал силовые линии магнитного поля, как тотчас же в проводнике появится электродвижущая сила и, как следствие – индукционный ток. В данном случае индукционный ток возникает в проводнике за счет той механической энергии, которая затрачивается при перемещении проводника в магнитном поле. При этом механическая энергия преобразуется в энергию электрическую.

После многочисленных опытов Фарадей установил, что в замкнутом проводящем контуре индукционный ток возникает лишь в тех случаях, когда он находится в переменном магнитном поле, независимо от того, каким способом достигается изменение во времени потока индукции магнитного поля. Обобщая результаты экспериментов, Фарадей пришел к количественному описанию

явления электромагнитной индукции. Он показал, что при изменении сцепленного с контуром потока магнитной индукции, в контуре возникает индукционный ток; возникновение тока указывает на наличие в цепи электродвижущей силы. Значение ЭДС электромагнитной индукции ε_i определяется скоростью изменения магнитного потока:

$$\varepsilon_i = k \frac{d\Phi}{dt}, \quad (1)$$

где k – коэффициент пропорциональности.

Рассмотрим, как возникает ЭДС индукции, а, следовательно, индукционный ток. Пусть имеется П-образный проводник, на котором лежит другой прямолинейный проводник длиной l , который движется по П-образному проводнику с постоянной скоростью \vec{v} . Вся эта система помещена в магнитное поле с индукцией \vec{B} , перпендикулярной плоскости проводника (рис. 2). На каждый свободный электрон в прямолинейном проводнике со стороны магнитного поля действует сила Лоренца \vec{F}_l . Под ее действием электроны движутся и накапливаются в нижней части проводника;

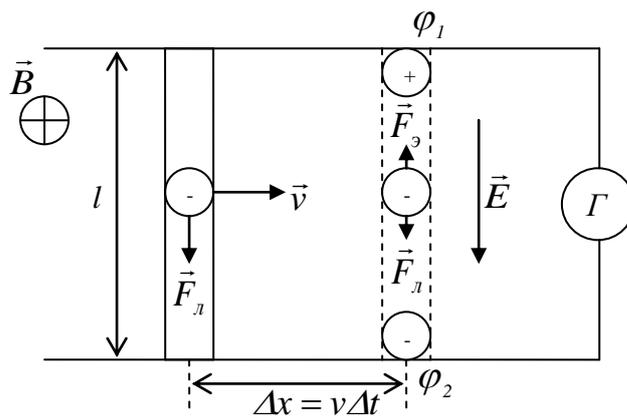


Рис. 2

соответственно положительные ионы будут накапливаться в верхней части и по концам проводника возникает разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$. Образуется электрическое поле напряженностью \vec{E} , препятствующее дальнейшему перемещению электронов. Это перемещение прекратится, когда $F_e = F_l$, т.е. $eE = evB \sin \alpha$, или $E = vB \sin \alpha$. С другой стороны, $E = (\varphi_1 - \varphi_2)/l$, т.е. $\varphi_1 - \varphi_2 = vBl \sin \alpha$.

Если проводник замкнуть, то в цепи потечет электрический ток. Таким образом, в проводнике индуцируется ЭДС

$$\varepsilon_i = vBl \sin \alpha. \quad (2)$$

В рассматриваемом случае $\alpha = 90^\circ$, поэтому

$$\varepsilon_i = vBl.$$

С другой стороны, при движении прямолинейного проводника, лежащего на П-образном проводнике, будет изменяться поток вектора \vec{B} через замкнутый контур, образованный этими проводниками. За промежуток времени dt площадь внутри контура изменится на величину $dS = vdtl$, следовательно, скорость изменения потока вектора \vec{B} будет равна

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{BdS}{dt} = \frac{Bvdtl}{dt} = Bvl.$$

Сравнивая последние две формулы, мы получаем

$$\varepsilon_i = \frac{d\Phi}{dt},$$

т.е. $k = 1$.

Профессор Петербургского университета Э.Х. Ленц исследовал связь между направлением индукционного тока и характером вызвавшего его изменения магнитного потока. В 1833 г. он установил закон, известный как правило Ленца: *при всяком изменении магнитного потока сквозь замкнутый проводящий контур в последнем возникает индукционный ток такого направления, что его магнитное поле противодействует изменению внешнего магнитного потока.*

Объединив закон Фарадея и правило Ленца, получим основной закон электротехники – закон электромагнитной индукции:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (3)$$

т.е. ЭДС электромагнитной индукции в замкнутом проводящем контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь любую поверхность, ограниченную этим контуром.

Знак минус в уравнении (3) согласуется со следующим правилом знаков. Когда мы выбираем поверхность, ограниченную контуром, мы должны выбрать вектор нормали к поверхности, по отношению к которой определяется знак потока Φ вектора \vec{B} через эту поверхность. Это направление нормали к поверхности связано правилом правого винта (правилом буравчика) с направлением контура. При этом знак ЭДС индукции ε_i считается положительным, если направление этой ЭДС совпадает с направлением контура, и наоборот – отрицательным, если направление ЭДС противоположно направлению контура.

На практике направление ЭДС индукции, а, следовательно, и индукционного тока в проводнике, который перемещается в магнитном поле, можно также определить, пользуясь *правилом правой руки*. Это правило можно сформулировать следующим образом: *если ладонь правой руки расположить так, чтобы силовые линии магнитного поля были ей перпендикулярны и входили в нее, а отогнутый большой палец указывал направление перемещения проводника, то остальные вытянутые пальцы укажут направление индукционного тока в проводнике.*

Как показано выше, возбуждение ЭДС индукции при движении контура в постоянном магнитном поле объясняется действием силы Лоренца, возникающей при перемещении проводника. Вместе с тем согласно закону Фарадея, возникновение индукционного тока возможно и в случае неподвижного контура, находящегося в *переменном* магнитном поле. Однако сила Лоренца на неподвижные заряды не действует, поэтому в данном случае ею нельзя объяснить возникновение ЭДС электромагнитной индукции.

Дж. Максвелл для объяснения ЭДС индукции в неподвижных проводниках предположил, что всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле, которое и является причиной возникновения индукционного тока в проводнике. В этом случае проводник является лишь

индикатором индуцированного (вихревого) электрического поля: поле приводит в движение свободные электроны проводника и тем самым обнаруживает себя.

Таким образом, *сущность явления электромагнитной индукции заключается не только в появлении индукционного тока, сколько в возникновении вихревого электрического поля, являющегося носителем энергии.* Это является одним из фундаментальных положений электродинамики.

В отличие от электростатического поля индуцированное электрическое поле не является потенциальным, так как работа, совершаемая в вихревом электрическом поле при перемещении единичного положительного заряда по замкнутому контуру L , равна не нулю, а ЭДС электромагнитной индукции

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_B \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (4)$$

где \vec{E}_B - вектор напряженности индуцированного электрического поля.

Так как вихревое электрическое поле объективно существует и в отсутствие проводника, то его можно применять для ускорения заряженных частиц до скоростей, соизмеримых со скоростью света. На использовании этого принципа основано действие ускорителей электронов – бетатронов.

2. Явление самоиндукции. Индуктивность. Индуктивность соленоида

Электрический ток, протекающий в замкнутом контуре, создает вокруг себя магнитное поле, индукция B которого по закону Био-Савара-Лапласа пропорциональна силе тока ($B \sim I$). Следовательно, сцепленный с контуром магнитный поток Φ , также пропорционален силе тока ($\Phi \cong BS$):

$$\Phi = LI, \quad (5)$$

где L – коэффициент пропорциональности, называемый *индуктивностью контура* или *коэффициентом самоиндукции*.

При изменении силы тока в контуре будет изменяться и сцепленный с ним магнитный поток; следовательно, в контуре будет индуцироваться ЭДС, обусловленная изменением его собственного магнитного поля. Такая ЭДС называется *электродвижущей силой самоиндукции*. Самоиндукция – это частный случай явления электромагнитной индукции.

Из выражения (5) определяется единица индуктивности – *генри* (Гн): 1 Гн – индуктивность такого контура, магнитный поток которого при силе тока 1 А равен 1 Вб :

$$1 \text{ Гн} = 1 \text{ Вб/А.}$$

Индуктивность контура зависит от его геометрической формы, размеров и от магнитных свойств среды, в которой он находится.

Найдем индуктивность однослойной катушки (соленоида) длиной l и площадью сечения витка S , намотанной на сердечник с магнитной проницаемостью μ ,

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l}, \quad (6)$$

где N – общее число витков соленоида, μ_0 - магнитная постоянная. Учитывая, что объем соленоида $V = lS$, а $n = N/l$ - число витков, приходящихся на единицу длины, формулу (6) можно переписать в виде

$$L = \mu_0 \mu n^2 V. \quad (7)$$

Из формул (6) и (7) следует, что индуктивность катушки, имеющей железный сердечник, больше, чем у катушки без сердечника. Катушка с железным сердечником, имеющая большой коэффициент самоиндукции, называется *дросселем*.

Применяя к явлению самоиндукции закон Фарадея, получим, что ЭДС самоиндукции равна

$$\varepsilon_s = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -L\frac{dI}{dt}, \quad (8)$$

где знак «минус», обусловленный правилом Ленца, показывает, что наличие индуктивности в контуре приводит к *замедлению изменения тока в нем*. Если ток в контуре возрастает, то $\frac{dI}{dt} > 0$ и $\varepsilon_s < 0$, т.е. ток самоиндукции направлен навстречу току внешнего источника и тормозит его возрастание. Если ток в контуре уменьшается, то $\frac{dI}{dt} < 0$ и $\varepsilon_s > 0$, т.е. возникающий ток самоиндукции замедляет убывание тока внешнего источника. Таким образом, контур, обладая определенной индуктивностью, приобретает *электрическую инертность*, заключающуюся в том, что любое изменение тока тормозится тем сильнее, чем больше индуктивность цепи.

Из выражения (8) следует еще одно определение единица индуктивности: 1 Гн – это индуктивность такого контура, в котором при изменении тока на 1 ампер в секунду возникает ЭДС самоиндукции в 1 В , т.е.

$$1 \text{ Гн} = 1 \text{ (В} \cdot \text{с)/А.}$$

В случаях, когда по техническим условиям надо иметь катушку с весьма малой индуктивностью, применяют *бифилярные обмотки*. Чтобы получить бифилярную обмотку, проволоку складывают вдвое и в таком виде наматывают на каркас катушки (рис. 3). При такой намотке ток в каждом из двух соседних витках имеет противоположные направления, и поэтому действие магнитного потока одного витка компенсируется действием другого, а суммарный магнитный поток для такой обмотки должен равняться нулю.

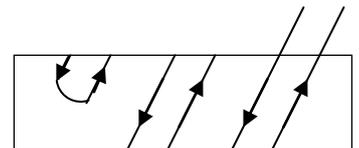


Рис. 3

3. Взаимная индукция и взаимная индуктивность. Теорема взаимности.

Если два контура расположены один возле другого и в каждом из них изменяется сила тока, то они будут взаимно влиять друг на друга. Изменение I_1 в первом контуре вызовет появление индуцированной ЭДС во втором контуре и,

наоборот, изменение тока I_2 и магнитного поля второго контура будет причиной появления индуцированной ЭДС в первом контуре. Это явление называется *взаимной индукцией* или *взаимоиндукцией*, а ЭДС, возникающая вследствие влияния контуров друг на друга, называется *ЭДС взаимной индукции*.

Таким образом, явление взаимной индукции – это тоже одна из разновидностей электромагнитной индукции. Явление взаимной индукции характеризуется *коэффициентом взаимной индукции* L_{12} или L_{21} . Его называют также *взаимной индуктивностью* контуров. Коэффициент взаимной индукции измеряют в тех же единицах, что и коэффициент самоиндукции, т.е. в генри и миллигенри.

Рассмотрим два неподвижных контура, расположенных достаточно близко друг от друга (рис. 4). Если в контуре 1 течет ток силой I_1 , то магнитный поток, создаваемый этим током, пропорционален I_1 . Часть этого потока Φ_{21} , пронизывающая контур 2, будет равна

$$\Phi_{21} = L_{21}I_1,$$

где L_{21} – взаимная индуктивность контуров.

Если ток I_1 изменяется, то в контуре 2 индуцируется ЭДС

$$\varepsilon_{i2} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21}\frac{dI_1}{dt}. \quad (8)$$

Аналогично, при протекании тока силой I_2 в контуре 2 его магнитный поток пронизывает контур 1 и

$$\begin{aligned} \Phi_{12} &= L_{12}I_2, \\ \varepsilon_{i1} &= -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12}\frac{dI_2}{dt}. \end{aligned} \quad (9)$$

Расчеты, подтверждаемые опытом, показывают, что

$$L_{12} = L_{21}.$$

Эта формула называется *«теоремой взаимности»*. Теорема взаимности утверждает, что взаимные индуктивности L_{12} и L_{21} всегда равны.

Взаимные индуктивности L_{12} и L_{21} зависят от геометрической формы, размеров, взаимного расположения контуров и магнитной проницаемости среды, окружающей контуры.

Из формул (8) и (9) следует, что взаимная индукция в один генри будет между двумя контурами тогда, когда в одном из них возникает ЭДС взаимной индукции, равная одному вольту при изменении силы тока в другом контуре на один ампер в секунду.

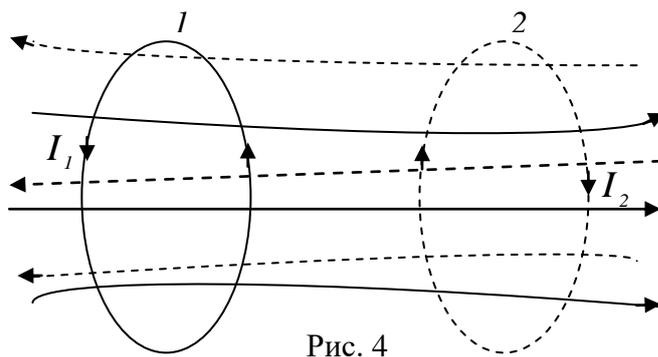


Рис. 4

Явление взаимной индукции используется в электротехнических устройствах, которые применяются для повышения и понижения напряжения переменного тока. Такие устройства называют *трансформаторами*.

4. Энергия магнитного поля

Магнитное поле, подобно электрическому полю, является носителем энергии. Естественно предположить, что энергия магнитного поля равна той работе, которая затрачивается электрическим током на создание этого поля.

Рассмотрим контур индуктивностью L , который замкнут на источник постоянной ЭДС и по которому течет ток силой I . Если разомкнуть цепь, то в цепи некоторое время будет продолжаться течь ток, поддерживаемый в возникающей в контуре ЭДС самоиндукции. Работа, совершаемая этим током за время dt равна

$$dA = \varepsilon_s I dt = -\frac{d\Phi}{dt} I dt = -I d\Phi.$$

Если индуктивность соленоида равна L , то $\Phi = LI$ и $d\Phi = L dI$. Тогда

$$dA = -L I dI.$$

Поскольку сила тока меняется от I до 0 , то полная работа совершаемая током равна интегралу от этого выражения по dI от I до 0 :

$$A = -\int_I^0 L I dI = \frac{L I^2}{2}$$

Данная работа совершается после размыкания цепи и идет полностью на нагревание проводников, причем совершение этой работы сопровождается полным исчезновением магнитного поля. Поэтому естественно предположить, что эта работа равна энергии W магнитного поля в соленоиде:

$$W = \frac{L I^2}{2}. \quad (10)$$

Формулу (10) можно получить также, рассматривая нарастание тока от 0 до I после замыкания цепи. При увеличении тока I в замкнутом контуре возникает ЭДС самоиндукции, противодействующая этому нарастанию. По закону Ома сила тока в контуре с сопротивлением R и индуктивностью L равна

$$I = \frac{\varepsilon + \varepsilon_s}{R},$$

где ε - ЭДС источника электроэнергии; ε_s - ЭДС самоиндукции, которая по закону Фарадея равна $\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}$. Таким образом,

$$\varepsilon = IR + L \frac{dI}{dt}.$$

Работа, совершаемая источником электроэнергии за время dt , равна

$$dA = \varepsilon I dt = I^2 R dt + L I dI = dA' + dA''$$

Первое слагаемое dA' в правой части этого выражения представляет собой джоулеву работу, расходуемую на нагревание проводника, второе dA'' – дополнительную работу, обусловленную индукционными явлениями. Следовательно, работа, затрачиваемая на увеличение силы тока в контуре от нуля до I , равна

$$A'' = W = \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2}.$$

Таким образом, увеличение силы тока в проводнике вызывает соответствующее усиление его магнитного поля и увеличение энергии магнитного поля этого контура с током.

Формула (10) позволяет также дать следующее энергетическое определение индуктивности: *индуктивность контура численно равна удвоенной энергии магнитного поля, создаваемого проходящим по контуру током единичной силы.*

Сравнивая выражения для энергий конденсатора $W_c = \frac{q^2}{2C}$ и контура с током $W_m = \frac{LI^2}{2}$ с потенциальной $W_n = \frac{kx^2}{2}$ и кинетической $W_k = \frac{mv^2}{2}$ энергиями, можно провести аналогию между электромагнитными и механическими явлениями. Так, для электрического поля величина $1/C$, обратная емкости, аналогична жесткости пружины, а для магнитного поля индуктивность L аналогична массе тела m . Таким образом, еще раз можно заключить, что *индуктивность является мерой инертности контура по отношению к изменению в нем тока.*

Зная энергию магнитного поля, создаваемого соленоидом и зная, что все магнитное поле соленоида, сосредоточено внутри него в объеме V мы можем найти плотность энергии магнитного поля w (энергию магнитного поля, приходящегося на единицу объема):

$$w = \frac{W}{V} = \frac{LI^2}{2V}$$

Поскольку для соленоида $L = \mu_0 \mu n^2 V$, то

$$w = \frac{\mu_0 \mu n^2 I^2}{2}.$$

Так как внутри соленоида $B = \mu_0 \mu n I$, то получаем

$$w = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu}.$$

5. Вихревое электрическое поле. Второе уравнение Максвелла

В 60-х годах XIX в. английский ученый Дж. Максвелл (1831-1879) обобщил экспериментально установленные законы электрического и магнитного полей и создал законченную единую *теорию электромагнитного поля*. Она позволяет решить *основную задачу электродинамики*: найти характеристики электромагнитного поля заданной системы электрических зарядов и токов.

Согласно закону электромагнитной индукции Фарадея, всякое изменение магнитного поля во времени $\frac{d\Phi_B}{dt}$ приводит к возникновению ЭДС индукции и появлению индукционного тока в проводниках, находящихся в этом магнитном поле. Многочисленные опыты показали, что ЭДС ε_i совершенно не зависит от проводника, его свойств (однородности, сопротивления). Возникновение ЭДС электромагнитной индукции возможно и в неподвижном контуре, находящемся в переменном магнитном поле.

Однако ЭДС в любой цепи обусловлена действием на носители тока сторонних сил неэлектростатического происхождения. Поэтому, прежде всего, возникает вопрос о природе сторонних сил в данном случае.

Опыт показывает, что в случае электромагнитной индукции сторонние силы не связаны ни с тепловыми, ни с химическими процессами в контуре. Их возникновение также нельзя объяснить силой Лоренца, так как она на неподвижные заряды не действует. Следовательно, поле сторонних сил создается в самом пространстве, где происходит изменение магнитного поля и присутствие замкнутого проводника вовсе не обязательно: контур, в котором наводится ЭДС индукции, является лишь своего рода индикатором, обнаруживающим это поле.

Максвелл выдвинул гипотезу, что *всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле \vec{E}_B , циркуляция которого и является причиной возникновения ЭДС электромагнитной индукции в контуре*:

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_B \cdot d\vec{l} = \oint_L E_{Bt} dl = -\frac{d\Phi_B}{dt}. \quad (11)$$

Подставив в (11) выражение для потока магнитной индукции $\Phi_B = \int_S \vec{B} d\vec{S}$,

получим

$$\oint_L \vec{E}_B \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}.$$

Если поверхность и контур неподвижны, то операции дифференцирования и интегрирования можно поменять местами. Следовательно,

$$\oint_L \vec{E}_B \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}, \quad (12)$$

где символ частной производной подчеркивает тот факт, что интеграл $\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$ является функцией только от времени, в то время как \vec{B} является функцией и координат, и времени.

Уравнение (12) называют *вторым уравнением Максвелла*. Смысл его заключается в том, что изменяющееся магнитное поле порождает вихревое электрическое поле.

Как оказалось в последующем, вихревое электрическое поле также создает в окружающем пространстве изменяющееся магнитное поле. Поскольку магнитное поле создается электрическим током, то, согласно Максвеллу, вихревое электрическое поле следует рассматривать как некоторый ток, который протекает в пространстве, несмотря на то что с этим током не связано какое-либо движение заряда. Максвелл назвал этот ток *током смещения*. Механизм тока смещения будет рассмотрен ниже.

Как рассматривалось ранее в лекциях, циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю, т.е.

$$\oint_L \vec{E}_q \cdot d\vec{l} = \oint_L E_{qt} dl = 0.$$

Это уравнение называется теоремой о циркуляции поля \vec{E}_q и эта теорема означает, что поле \vec{E}_q является потенциальным. Сравнивая это выражение с (11), видим, что между полями \vec{E}_B и \vec{E}_q имеется принципиальное различие: циркуляция вектора \vec{E}_B не равна нулю, следовательно, электрическое поле, возбуждаемое переменным магнитным полем, как и само магнитное поле, не является потенциальным, а является *вихревым*.

6. Ток смещения. Первое уравнение Максвелла

Ток смещения введен Максвеллом для установления количественных соотношений между переменным электрическим полем и вызываемым им вихревым магнитным полем.

Механизм возникновения тока смещения в диэлектрике можно понять, рассмотрев один из опытов А.А. Эйхенвальда. Диэлектрический диск D (рис. 5) вращается между четырьмя неподвижными заряженными полудисками A, A', B, B' . При прохождении точками диска плоскости ab , разделяющей заряженные полудиски и перпендикулярной чертежу, меняется знак поля, действующего на диэлектрик, и происходит изменение знака его поляризации. Если вращение происходит по стрелке, но на левой стороне диска вместо положительных зарядов при

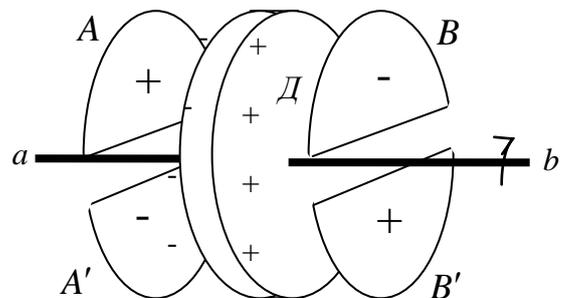


Рис. 5

переходе через плоскость ab появляются отрицательные, а на правой стороне вместо отрицательных появляются положительные заряды. Это означает, что в движущемся диске в плоскости ab происходит как бы течение зарядов – слева направо положительных, а справа налево отрицательных. Эти движения зарядов, представляющие собой смещения их в молекулах диэлектрика, образуют ток смещения в диэлектрике. Эйхенвальд установил, что токи смещения также создают вокруг себя магнитное поле.

Токи смещения наблюдаются в конденсаторе, включенном в цепь переменного тока.

Для цепи постоянного тока конденсатор является бесконечно большим сопротивлением, если только его диэлектрик не обладает утечкой. В такой цепи лишь в момент ее замыкания протекает импульс зарядного тока, соответствующий максимальному смещению электронов проводимости.

Если цепь с конденсатором питать переменным током, то в ней за каждый период протекают токи заряда и разряда конденсатора, сопротивление которого теперь не бесконечно большое, а зависит от емкости конденсатора и частоты тока

$$x_C = \frac{1}{\omega C}.$$

Согласно воззрениям Фарадея и Максвелла, конденсатор нужно рассматривать не как разрыв цепи, а как участок с другим механизмом проводимости. Если между обкладками конденсатора находится полярный или поляризующийся в электрическом поле диэлектрик, то при наличии разности потенциалов между обкладками конденсатора электрические заряды смещаются вдоль линий напряженности поля. Это смещение ионов образует ток смещения в диэлектрике.

Ток смещения существует не только в диэлектрике, но и в вакууме, где он представляет собой изменение напряженности электрического поля во времени.

Рассмотрим процессы, протекающие в цепи переменного тока, содержащей конденсатор (рис. 6). Зарядный ток, который протекает через конденсатор в виде тока смещения, равен

$$I = I_{см} = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \int_S \sigma dS = \int_S \frac{\partial \sigma}{\partial t} dS = \int_S \frac{\partial D}{\partial t} dS,$$

где σ - поверхностная плотность заряда на обкладках конденсатора; D – электрическое смещение в конденсаторе, причем $\sigma = D$. Подынтегральное выражение можно рассматривать как частный случай скалярного произведения векторов $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$, когда $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ и $d\vec{S}$ взаимно параллельны. Поэтому для общего случая

$$I_{см} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}. \quad (13)$$

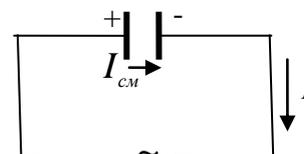


Рис. 6

С другой стороны силу тока сквозь произвольную поверхность S можно определить как поток вектора плотности тока

$$I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}.$$

Тогда

$$I = I_{см} = \int_S \vec{j}_{см} \cdot d\vec{S}.$$

Сравнивая это выражение с (13), получим

$$\vec{j}_{см} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (14)$$

В свою очередь вектор электрического смещения равен $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$, где \vec{P} - вектор поляризации. Следовательно, плотность тока смещения

$$\vec{j}_{см} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}, \quad (15)$$

где $\frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$ - плотность тока поляризации, обусловленного движением электрических зарядов в диэлектрике. Этот ток возбуждает свою составляющую магнитного поля, так как токи поляризации по своей природе не отличаются от токов проводимости; $\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ - плотность тока смещения в вакууме, не связанного с перемещением зарядов диэлектрика, а обусловленная только изменением электрического поля во времени. Эта составляющая тока смещения также возбуждает магнитное поле.

Таким образом, ток смещения, как это следует из теории Максвелла и опытов Эйхенвальда, создает такое же магнитное поле, как и ток проводимости. Введение тока смещения позволяет рассматривать электрическую цепь с включенными диэлектрическими или вакуумными участками как замкнутую цепь. Проводимость этих участков зависит от скорости изменения поля, т.е. от частоты.

В своей теории Максвелл ввел понятие *полного тока*, равного сумме токов проводимости и смещения. Следовательно, плотность полного тока

$$\vec{j}_{полн} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

По Максвеллу полный ток в цепи всегда замкнут, т.е. на концах проводников обрывается лишь ток проводимости, а в диэлектрике (вакууме) между концами проводника имеется ток смещения, который замыкает ток проводимости.

Введя понятие полного тока, Максвелл обобщил теорему о циркуляции вектора \vec{H} (или \vec{B}):

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{S}. \quad (16)$$

Уравнение (16) называется *первым уравнением Максвелла*. Оно представляет собой обобщенный закон полного тока и выражает основное

положение электромагнитной теории: *токи смещения создают такие же магнитные поля, как и токи проводимости.*

7. Уравнения Максвелла для электромагнитного поля

Созданная Максвеллом единая макроскопическая теория электромагнитного поля позволила с единой точки зрения не только объяснить электрические и магнитные явления, но предсказать новые, существование которых было впоследствии подтверждено на практике (например, открытие электромагнитных волн).

Обобщая рассмотренные выше положения, приведем уравнения, составляющие основу электромагнитной теории Максвелла.

1. Теорема о циркуляции вектора напряженности магнитного поля:

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{S}.$$

Это уравнение показывает, что магнитные поля могут создаваться либо движущимися зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями. Данное уравнение называется **первым уравнением Максвелла**.

2. Электрическое поле может быть как потенциальным (\vec{E}_q), так и вихревым (\vec{E}_B), поэтому напряженность суммарного поля $\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_B$. Так как циркуляция вектора \vec{E}_q равна нулю, то циркуляция вектора напряженности суммарного электрического поля

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}.$$

Это уравнение показывает, что источниками электрического поля могут быть не только электрические заряды, но и меняющиеся во времени магнитные поля. Данное уравнение называется **вторым уравнением Максвелла**.

3. Для полного описания явлений в электрических и магнитных полях к уравнениям Максвелла надо добавить теорему Гаусса, а также выражения, связывающие напряженности поля и индукции в однородных средах:

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q,$$

где q - заряд внутри замкнутой поверхности S и

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0.$$

Последние два уравнения соответственно называются **третьим и четвертым уравнениями Максвелла**.

Уравнения Максвелла дополняются также уравнением, связывающими вектор электрического смещения и вектор напряженности электрического поля

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E},$$

уравнением, связывающим вектор магнитной индукции и вектор напряженности магнитного поля

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H},$$

и законом Ома для участка цепи в дифференциальной форме

$$\vec{j} = \gamma \vec{E},$$

где γ - удельная проводимость вещества.

Для стационарных полей ($\vec{E} = const$, $\vec{B} = const$) уравнения Максвелла принимают вид

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I, \quad \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0,$$
$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0, \quad \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q,$$

т.е. источниками магнитного поля в данном случае являются только токи проводимости, а источниками электрического поля – только электрические заряды. В этом частном случае электрические и магнитные поля независимы друг от друга, что и позволяет изучать отдельно *постоянные* электрические и магнитные поля.

Очевидно, что уравнения Максвелла *не симметричны* относительно электрического и магнитного полей. Это связано с тем, что в природе существуют электрические заряды, но нет зарядов магнитных.

Уравнения Максвелла – наиболее общие уравнения для электрических и магнитных полей в покоящихся средах. Они играют в учении об электромагнетизме ту же роль, что и законы Ньютона в механике.