Геометрическая оптика

1. Законы геометрической оптики

Геометрическая оптика – раздел оптики, изучающий законы распространения света в прозрачных средах, отражения света от зеркально-отражающих поверхностей и принципы построения изображений при прохождении света в оптических системах без учёта его волновых свойств.

Основное понятие геометрической оптики — это световой луч. ***Световой луч – это линия в пространстве, касательная к которой в любой точке совпадает с вектором плотности потока энергии световой волны (вектором Пойтинга*** $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ ***).***

В соответствие с данным определением понятие «световой луч" является чисто математическим понятием. Он представляет собой линию в пространстве, вдоль которой распространяется свет (т.е. перемещаются точки волнового фронта световой волны). В таком понимании световой луч является математической абстракцией, которая не существует как реальный объект. В реальности существуют не световые лучи, а световые пучки, которые имеют поперечное сечение хотя и малых, но все же конечных размеров. Поэтому под световым лучом можно понимать также достаточно узкий световой пучок, который распространяется в пространстве.

Диапазон видимого для человеческого глаза электромагнитного излучения заключен в пределах $400 \le \lambda \le 750$ нм. Так как длины волн видимого света достаточно малы, то при изучении некоторых оптических явлений можно рассматривать их, отвлекаясь от волновой или корпускулярной природы света. Первые оптические исследования проводились в этой области геометрической оптики. На опыте были установлены четыре основные закона геометрической оптики:

– закон прямолинейного распространения;
– закон независимости световых пучков;
– закон отражения;
– закон преломления на границе раздела двух прозрачных сред.

Рассмотрим подробнее названные выше законы геометрической оптики.

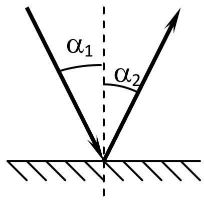
Закон прямолинейного распространения света в однородных средах. *В однородной среде свет распространяется по прямым линиям.*

Опытным доказательством этого закона могут служить наблюдения за резкими тенями от предметов. Однако этот закон теряет силу при прохождении света через малые отверстия, сравнимые по размерам с длиной световой волны.

Закон независимости световых пучков. *Световой поток можно разбить на пучки. Распространение любого светового пучка в любой среде не зависит от того, имеются ли в данном месте пространства другие пучки света.* Этот закон справедлив для пучков с небольшой интенсивностью.

Закон отражения света*. Луч падающий, луч отраженный и перпендикуляр к поверхности раздела двух сред, восстановленный в точке падения луча, лежат в одной плоскости. Угол между нормалью и падающим лучом* α_1 *равен углу между нормалью и отраженным лучом* α_2

$$\alpha_1 = \alpha_2 . \qquad (1.1)$$



Для формулировки следующего закона – закона преломления мы должны ввести новую физическую величину – показатель преломления среды.

Показателем преломления n среды называется величина, равная

$$n = \frac{c}{v}, \qquad (1.2)$$

где c – фазовая скорость света в вакууме, v – фазовая скорость света в среде. Эту величину называют ***абсолютным показателем преломления***. Абсолютный показатель преломления показывает, во сколько раз скорость света в веществе меньше скорости света в вакууме.

Поскольку

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}, \quad c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}},$$

то

$$n = \sqrt{\mu\varepsilon} . \qquad (1.3)$$

Выражение (1.3) отражает важный факт, а именно, абсолютный показатель преломления среды зависит от ее диэлектрических и магнитных свойств.

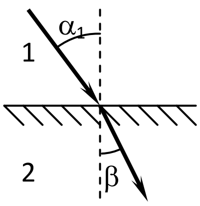
Величина

$$\frac{n_2}{n_1} = n_{21}. \qquad (1.4)$$

называется ***относительным показателем преломления*** сред. Она показывает, во сколько раз отличается скорость света во второй среде по сравнению с первой. Среду с бóльшим показателем преломления называют ***оптически более плотной***.

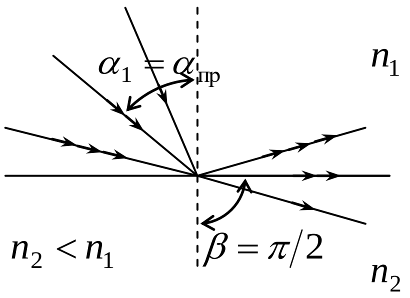
Закон преломления света*. Луч падающий и луч преломленный лежат в одной плоскости с нормалью к поверхности, восстановленной в точке падения луча. Угол падения* α_1 *и угол преломления* β *связаны между собой формулой*

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\beta}=\frac{n_2}{n_1}, \tag{1.5}$$



где n_1 *и* n_2 *- показатели преломления сред.*

Если свет проходит из оптически менее плотной среды в более плотную среду ($n_1 < n_2$), то относительный показатель преломления $n_{21} > 1$ и $\alpha_1 > \beta$. Если же среда, из которой луч попадает на границу раздела, более оптически плотная ($n_1 > n_2$), то $n_{21} < 1$ и в данной ситуации угол преломления больше угла падения луча: $\alpha_1 < \beta$. Тогда при некотором $\alpha_1 = \alpha_{пр}$ (предельный угол падения луча) $\beta=\pi/2$, то есть преломленный луч скользит по поверхности раздела, не проникая во вторую среду. Если угол падения луча больше $\alpha_{пр}$, то преломленного луча вовсе не будет. Это явление получило название закона ***полного внутреннего отражения***, а $\alpha_{пр}$ – ***предельным углом*** полного внутреннего отражения.



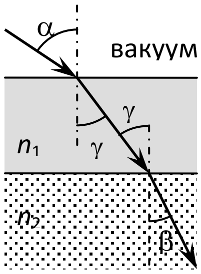
Закон преломления света применительно к закону полного внутреннего отражения имеет следующий вид:

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\beta}=\frac{\sin\alpha_{пр}}{\sin\pi/2}=n_{21} \quad\Rightarrow\quad \sin\alpha_{пр}=n_{21}. \tag{1.6}$$

Пользуясь представлениями геометрической оптики, каждую светящуюся точку можно рассматривать как вершину расходящегося пучка лучей. Если после отражения или преломления пучки сходятся в одной точке, то эту точку называют ***изображением*** светящейся точки. Поверхность, перпендикулярную ко всем лучам в какой-либо момент времени, называют ***волновой поверхностью*** или ***волновым фронтом***. Очевидно, волновая поверхность светящейся точки – сфера, бесконечной светящейся плоскости – плоскость, бесконечно длинного тонкого провода – цилиндр и т.д.

В основе построения геометрической оптики лежат законы отражения и преломления. Покажем, что при отражении и преломлении соблюдается закон ***обратимости световых лучей***: *если свет проходит из одной точки пространства в другую по некоторому пути, то из второй точки в первую он пройдет по тому же самому пути*.

Пусть световой луч переходит из вакуума (n = 1) в среду с показателем преломления n_1, а затем в среду с показателем преломления n_2.



Из рисунка видно, что

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_1, \quad \frac{\sin\gamma}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}. \tag{1.7}$$

Теперь пусти этот луч назад. Пусть он переходит из среды с показателем преломления n_2 в среду с показателем преломления n_1, а затем в вакуум. Если угол падения луча на границу раздела сред 2 и 1 равен β, то мы имеем

$$\frac{\sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{n_1}{n_2} = n_{12}, \quad \frac{\sin\gamma}{\sin\alpha} = \frac{1}{n_1} \quad . \tag{1.8}$$

Мы видим, что уравнения (1.7), описывающие прямой ход луча, совпадают с уравнениями (1.8), описывающими обратный ход луча. Т.е. пути, по которому идет луч в прямом и обратном направлении – одинаковы.

2. Принцип Ферма

В основу геометрической оптики может быть положен ***принцип Ферма***, из которого могут быть выведены все законы геометрической оптики.

Согласно принципу Ферма, ***луч света всегда распространяется в пространстве между двумя точками по такому пути, по которому время его прохождения является меньшим, чем время прохождения по любому из всех других путей, соединяющих эти точки.***

Время прохождения светом пути l, заполненного ***однородной*** средой с показателем преломления n равно

$$t = \frac{l}{v} = \frac{l}{c/n} = \frac{l \cdot n}{c}$$

и пропорционально ***оптической длине пути***

$$L = l \cdot n,$$

т.е.

$$t = \frac{L}{c}.$$

Пусть теперь среда неоднородна, т.е. показатель преломления меняется на пути луча и принимает значения n_1, n_2, … на участках l_1, l_2, … Тогда оптическая длина пути есть

$$L = L_1 + L_2 + \ldots + L_m = l_1 \cdot n_1 + l_2 \cdot n_2 + \ldots + l_m \cdot n_m = \sum_{i=1}^{m} l_i \cdot n_i \,, \qquad (2.1)$$

а в случае с непрерывно меняющимся показателем преломления

$$L = \int_l n dl \,. \qquad (2.2)$$

Поскольку $dt = dl/v$, где v - фазовая скорость света, то можно сказать, что принцип Ферма есть принцип наименьшей оптической длины пути. Условие экстремальности оптической длины пути сводится к требованию, чтобы была равна нулю первая вариация интеграла (2.2). Действительно,

$$t = \int_l \frac{dl}{v} = \int_l \frac{ndl}{c} = \int_l \frac{dL}{c} = \frac{1}{c}\int_l dL = \frac{1}{c} L \,.$$

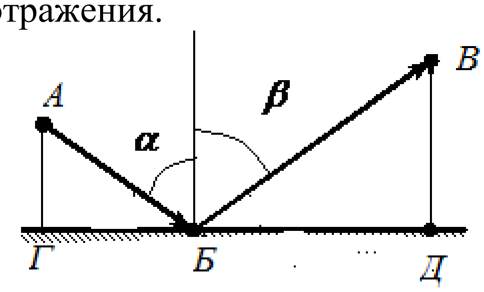
Тогда математически принцип ферма запишется в форме:

$$\delta t = \delta \int_l \frac{dl}{v} = \delta \int_l \frac{dL}{c} = 0 \quad \text{или} \quad \delta L = \delta \int_l dL = 0 \,.$$

В однородной среде принцип Ферма приводит к закону прямолинейного распространения света, так как прямая есть кратчайшее расстояние между точками.

Используя принцип Ферма, можно вывести законы отражения и преломления света.

Выведем закон отражения.



Пусть световой луч распространяется из точки А в току В, отражаясь от поверхности в точке Б. Во-первых, заметим, что любой путь, лежащий вне плоскости АБВ, соединяющий точки А и В, будет длиннее пути АБВ, и, следовательно, будет пройден светом за большее время. Т.о. АБ, БВ и перпендикуляр к плоскости падения в точке Б должны лежать в одной плоскости.

Далее, пусть α и β - соответственно углы падения и отражения. Докажем что $\alpha = \beta$.

Исследуем, как изменяется время прохождения пути в зависимости от положения точки Б. Обозначим $\text{ГД} = a$, $\text{ГБ} = x$, $\text{БД} = a - x$, $\text{АГ} = h_1$, $\text{ВД} = h_2$ и пусть a, h_1, h_1 - фиксированы.

Время распространения равно

$$t = \frac{\text{АБ}}{c} + \frac{\text{БВ}}{c} \,.$$

Поскольку

$$\text{АБ} = \sqrt{h_1^{\,2} + x^2}\,,\ \text{БВ} = \sqrt{h_2^{\,2} + (a-x)^2}\,,$$

то

$$t = \frac{\sqrt{h_1^{\,2} + x^2}}{c} + \frac{\sqrt{h_2^{\,2} + (a-x)^2}}{c}\,.$$

Условие минимума времени по принципу Ферма имеет вид $\dfrac{dt}{dx} = 0$, т.е.

$$\frac{x}{\sqrt{h_1^2 + x^2}} - \frac{a-x}{\sqrt{h_2^2 + (a-x)^2}} = 0\,.$$

Из рисунка видно, что

$$\frac{x}{\sqrt{h_1^2 + x^2}} = \frac{\text{ГБ}}{\text{АБ}} = \sin\alpha\,, \quad \frac{a-x}{\sqrt{h_2^2 + (a-x)^2}} = \frac{\text{БД}}{\text{БВ}} = \sin\beta\,.$$

Тогда мы получаем закон отражения в виде

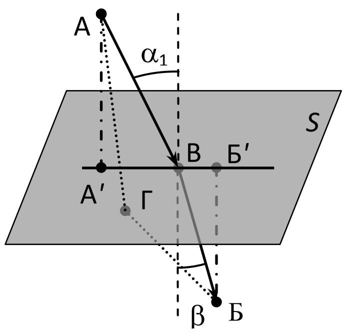
$$\sin\alpha = \sin\beta\,,$$

или

$$\alpha = \beta\,.$$

Выведем закон преломления.

Пусть свет из точки А приходит в точку Б, преломляясь на плоской границе *S*. Как и для закона отражения, заметим, что любой путь, лежащий вне плоскости АВБ, будет пройден светом за большее время. Т.о. АВ, ВБ и перпендикуляр к плоскости падения в точке В должны лежать в одной плоскости.



Исследуем, как изменяется время прохождения пути в зависимости от положения точки В. Время распространения света по пути АВБ есть

$$t = \frac{\text{АВ}}{v_1} + \frac{\text{ВБ}}{v_2}\,,$$

где v_1 и v_2 – скорости распространения света до границы раздела и после нее. Из точек А и Б опустим перпендикуляры АА' и ББ' на плоскость *S*. Введем обозначения ВА' = *x*, АА' = h_1, ББ' = h_2 и А'Б' = *p*. Тогда

$$t = \frac{\sqrt{h_1^2 + x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{h_2^2 + (p-x)^2}}{v_2}.$$

Условие минимума по принципу Ферма имеет вид $\frac{dt}{dx} = 0$. Следовательно:

$$\frac{1}{v_1}\frac{x}{\sqrt{h_1^2 + x^2}} - \frac{1}{v_2}\frac{p-x}{\sqrt{h_2^2 + (p-x)^2}} = 0.$$

Из треугольников АВА′ и БВБ′ видно, что

$$\frac{x}{\sqrt{h_1^2 + x^2}} = \sin\alpha_1; \quad \frac{p-x}{\sqrt{h_2^2 + (p-x)^2}} = \sin\beta.$$

Откуда

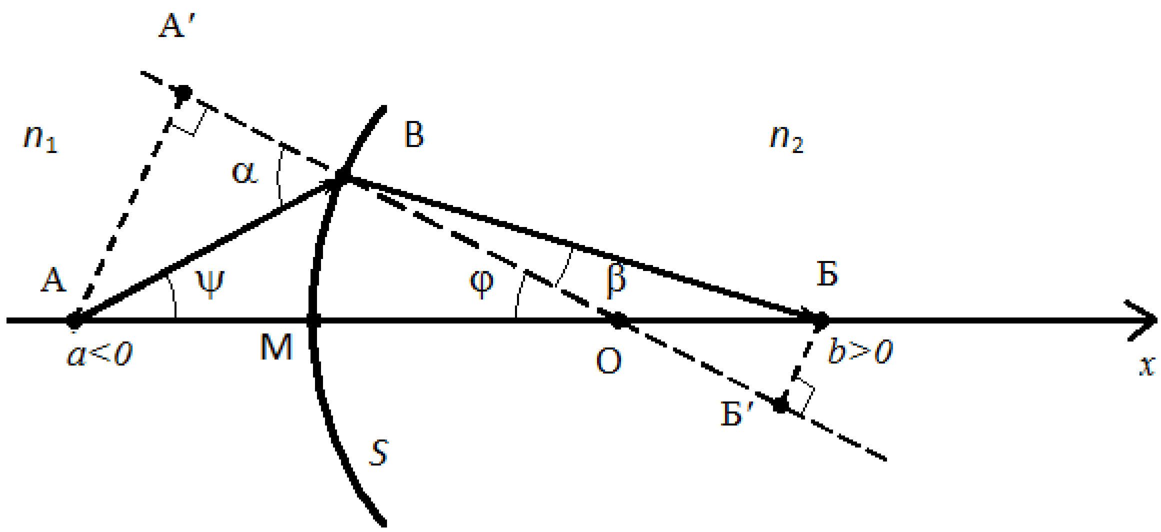
$$\frac{\sin\alpha_1}{v_1} - \frac{\sin\beta}{v_2} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\sin\alpha_1}{\sin\beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = const.$$

3. Преломление света на сферических поверхностях

Для практических целей наиболее важным примером преломления световых лучей на границе раздела двух сред является преломление на границе, представляющей часть сферы.

Рассмотрим поверхность *S*, которая является частью сферы радиуса *R*. Пусть слева от поверхности *S* находится оптически однородная среда с показателем преломления n , а справа – с показателем преломления n_2.

Рассмотрим лучи, исходящие из точечного источника *А* под углом ψ к линии соединяющей точку *А* и центр сферической поверхности *О*. Данную линию будем называть ***главной оптической осью***. Будем рассматривать ***параксиальным приближением***, которое состоит в том, что рассматриваются только лучи, идущие под малыми углами к главной оптической оси. В этом случае можно считать, что угол ψ настолько мал, что $|AB| \approx |AM|$. В данном приближении можно показать, что все лучи, преломившись на границе раздела, соединятся в точке *Б*. Учитывая параксиальное приближение можно также считать, что угол φ мал и $|БМ| \approx |БВ|$.



Из треугольников *АА′В* и *АА′О* видно, что

$$AA' = AB \cdot \sin\alpha\,,$$
$$AA' = AO \cdot \sin\varphi.$$

Отсюда получаем

$$\frac{AO}{AB} = \frac{\sin\alpha}{\sin\varphi}.$$

Из треугольников *ББ′В* и *ББ′О* имеем

$$ББ' = БВ \cdot \sin\beta,$$
$$ББ' = БО \cdot \sin\varphi.$$

Отсюда

$$\frac{БВ}{БО} = \frac{\sin\varphi}{\sin\beta}.$$

Таким образом,

$$\frac{AO}{AB} \cdot \frac{БВ}{БО} = \frac{\sin\alpha}{\sin\varphi} \cdot \frac{\sin\varphi}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Рассмотрим координатную ось с центром в точке М и направленную по ходу лучей (вправо). Учитывая вышеизложенное предположение, обозначим $AB \approx AM = -a$, $БВ \approx БМ = b$, $БО = МО = R$. Знак "–" показывает, что начало координат помещено в точку *М* и $a<0$, $b>0$, $R>0$. Тогда $AO = -a + R$, $БО = b - R$.

$$\frac{-a+R}{-a} \cdot \frac{b}{b-R} = \frac{n_2}{n_1} \text{ или } \frac{R-a}{a} \cdot \frac{b}{R-b} = \frac{n_2}{n_1}. \qquad (3.1)$$

Преобразуем выражение (3.1) к виду

$$n_1 \frac{R-a}{a} = n_2 \frac{R-b}{b}.$$

Разделив правую и левую части равенства на *R*, получаем

$$n_1 \cdot \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{R}\right) = n_2 \cdot \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{R}\right). \qquad (3.2)$$

или

$$\frac{n_1}{a}-\frac{n_2}{b}=\frac{n_1-n_2}{R} \qquad (3.2')$$

Формула (3.2) (или 3.2’) называется формулой преломляющей сферической поверхности. Из формулы (3.2’) видно, что величину b можно найти, если известны величины n_1, n_2, R и a. Если первые три параметра заданы, то b однозначно определяется величиной a и не зависит от ψ. Таким образом, все лучи, выходящие из точки A под малыми углами ψ, придут в точку B, которая является ее ***изображением***.

Аналогично можно показать, что при преломлении на поверхности, которая вогнута в другую сторону, формула (3.2’) будет иметь тот же вид, но величину R необходимо взять со знаком "–" . Точно так же можно рассмотреть различные варианты, когда a и b будут иметь разные и одинаковые знаки. В рассмотренном выше случае a отрицательно, а b положительно. В этом случае изображение называют ***действительным***. Подобная ситуация будет, если $R < 0$ и $b < 0$, а $a > 0$. Если же a и b имеют одинаковый знак, то изображение называется ***мнимым***.

Еще раз рассмотрим формулу (3.2’):

$$\frac{n_1}{a}-\frac{n_2}{b}=\frac{n_1-n_2}{R}.$$

Нетрудно видеть, что, при $b \to \infty$

$$a=\frac{n_1 \cdot R}{n_1-n_2}=f_1, \qquad (3.3)$$

а при $a \to -\infty$

$$b=\frac{n_2 \cdot R}{n_2-n_1}=f_2. \qquad (3.4)$$

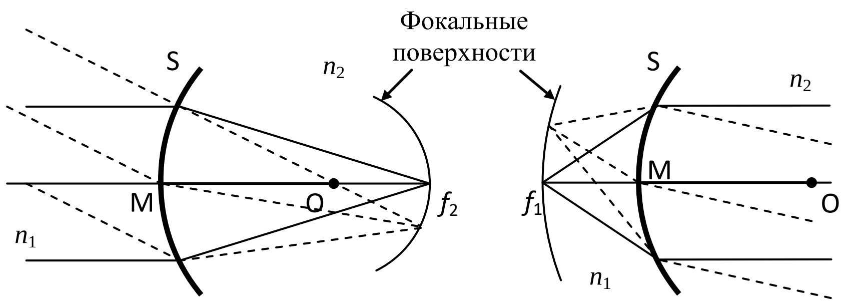
Величины f_1 и f_2, которые зависят только от R, n_1 и n_2, называют ***фокусными расстояниями*** преломляющей поверхности, а сами точки, лежащие на фокусном расстоянии от нее, – ***фокусами***. При этом f_1 называется ***левым фокусным расстоянием***, а f_2 – ***правым фокусным расстоянием***.

Поделив выражения (3.3) и (3.4) друг на друга, получим отношение фокусных расстояний:

$$\frac{f_2}{f_1}=\frac{n_2 \cdot R}{n_2-n_1}\cdot\frac{n_2-n_1}{n_1 \cdot R}=-\frac{n_2}{n_1}. \qquad (3.5)$$

Таким образом, фокусное расстояние – ***это расстояние от преломляющей поверхности до точки, в которой сходится после преломления пучок параллельных лучей***. Если лучи выходят из фокуса, то, преломляясь, они пойдут параллельным пучком. Фокусы, как и изображения, могут быть как действительными, так и мнимыми.

Любая прямая, проходящая через центр сферы O будет перпендикулярна к поверхности S и может рассматриваться как главная оптическая ось. Для каждой такой прямой можно найти свой фокус. Совокупность этих фокусов образует ***фокальную поверхность***.

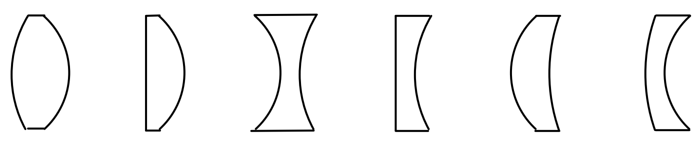


4. Центрированные оптические системы. Линзы. Формула тонкой линзы

Случай преломления на одной сферической поверхности редкость. Большинство оптических систем имеют, по крайней мере, две преломляющие поверхности. Если центры всех сферических поверхностей лежат на одной линии, то такая система называется ***центрированной оптической системой***. При рассмотрении преломления на сферической поверхности не накладывалось никаких условий на способ получения лучей, исходящих из точки А. Следовательно, соотношение (3.2’)

$$\frac{n_1}{a} - \frac{n_2}{b} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

можно применить к каждой из преломляющих поверхностей. Простейший и, тем не менее, очень важный пример центрированной системы – это система, состоящая из двух сферических поверхностей. Такие системы называют ***линзами***. По внешнему виду линзы бывают: ***двояковыпуклые*** (а), ***плосковыпуклые*** (б), ***двояковогнутые*** (в), ***плосковогнутые*** (г), ***выпукло-вогнутые*** (д), ***вогнуто-выпуклые*** (е).

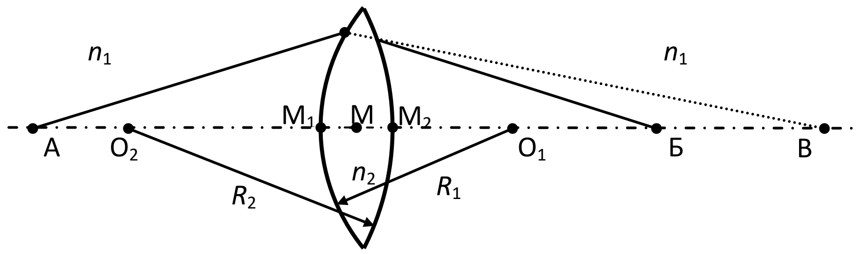


а) б) в) г) д) е)

Прямая, проходящая через центры кривизны поверхностей, называется ***главной оптической осью*** линзы. ***Толщиной линзы*** d называют расстояние между преломляющими поверхностями на главной оптической оси.

Различают линзы ***тонкие*** и ***толстые***. Линза называется тонкой, если толщина ее мала по сравнению с радиусами кривизны R_1 и R_2 преломляющих поверхностей. У тонкой линзы имеется такая точка, проходя через которую луч не преломляется. Такую точку называют ***оптическим центром*** тонкой линзы. Любая прямая, проходящая через эту точку, называется ***оптической осью*** линзы.

Особенностью тонких линз является еще и то, что их фокальные поверхности представляют из себя плоскости. Эти плоскости располагаются перпендикулярно главной оптической оси линзы. Пересечения фокальных плоскостей линзы с главной оптической осью дают ***главные фокусы*** линзы.



Рассмотрим, как получаются изображения в тонких линзах.

Для определенности рассмотрим плосковыпуклую линзу. Будем полагать, что точки M_1 и M_2 находятся на малом расстоянии друг от друга, то есть сливаются в точку М. Если бы не было второй поверхности, то луч от источника A пришел бы в точку B, находящуюся на расстоянии $c = MB$ от линзы. Так что, в соответствие с формулой преломляющей сферической поверхности

$$\frac{n_1}{a} - \frac{n_2}{c} = \frac{n_1 - n_2}{R_1},$$

где $a = MA$, а $R_1 = MO_1$.

Для второй поверхности точка B является мнимым предметом. Построение изображения точки B на второй поверхности дает точку $Б$ на расстоянии $b = MБ$ от линзы

$$\frac{n_2}{c} - \frac{n_1}{b} = \frac{n_2 - n_1}{R_2}.$$

Складывая эти уравнения и проводя несложные алгебраические преобразования, получим

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = (n_{21} - 1)\cdot\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right). \tag{4.1}$$

Эта формула называется ***формулой тонкой линзы***.

Формула (4.1) справедлива для любых линз. Однако здесь необходимо учитывать знаки a и b, R_1 и R_2, считая их положительными, если они отложены вправо от линзы, и, наоборот, отрицательными, если они отложены влево от линзы. В рассмотренном случае двояковыпуклой линзы расстояния a и R_2 отложены левее точки М, следовательно,

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{|a|} + = (n_{21} - 1)\cdot\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{|R_2|}\right). \tag{4.2}$$

В формуле (4.2) все величины являются существенно положительными.

Если предмет удалять от линзы, то $a \to \infty$. Тогда

$$b = f_2 = \frac{1}{n_{21} - 1}\cdot\frac{R_2 R_1}{R_2 - R_1}. \tag{4.3}$$

Аналогично при $b \to \infty$

$$a = f_1 = \frac{1}{n_{21}-1} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 - R_2}, \tag{4.4}$$

то есть главные фокусные расстояния тонкой линзы равны по модулю:

$$|f_1| = |f_2|.$$

Обозначив $-f_1 = +f_2 = f$, в формуле (5.2), получим

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f} = D. \tag{4.5}$$

Величину $D = 1/f$ называют ***оптической силой линзы***. Оптическая сила линзы измеряется в ***диоптриях***. 1 диоптрия – это оптическая сила линзы, расположенной в вакууме, с фокусным расстоянием 1 метр.

Отметим, что для решения практических задач можно считать величины a, b, f, R_1 и R_2 всегда положительными, а знаки “+” или “–” ставить перед слагаемыми в формуле линзы:

$$\pm\frac{1}{a} \pm \frac{1}{b} = \pm\frac{1}{f},$$

При этом знаки ставятся в соответствие со следующими правилами:

$+\dfrac{1}{f}$, если линза собирающая; $-\dfrac{1}{f}$, если линза рассеивающая;

$+\dfrac{1}{a}$, если источник действительный;

$-\dfrac{1}{a}$, если источник мнимый, когда на линзу падает сходящийся поток лучей;

$+\dfrac{1}{b}$, если изображение действительное;

$-\dfrac{1}{b}$, если изображение мнимое.

При этом фокусное расстояние линзы f рассматривается как положительное и определяется как:

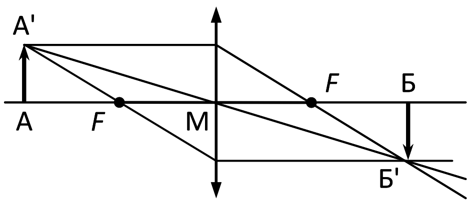
$\dfrac{1}{f} = (n_{21}-1)\cdot\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right)$, если линза двояковыпуклая или двояковогнутая;

$\dfrac{1}{f} = (n_{21}-1)\cdot\left|\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2}\right|$, если линза выпукло-вогнутая; $\dfrac{1}{f} = (n_{21}-1)\cdot\dfrac{1}{R}$, если линза плосковыпуклая или плосковогнутая.

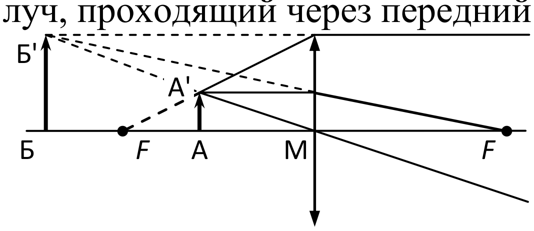
5. Построение изображения в тонких линзах

Тонкие линзы разделяют на собирающие и рассеивающие. Собирающие линзы обозначаются на оптических схемах вертикальной прямой со стрелками на обоих концах, а собирающие – в виде прямой с "галочками" на концах. Изображение в собирающей линзе является действительным, если расстояние от предмета до линзы больше фокусного расстояния. В противном случае изображение получается мнимым. В рассеивающей линзе изображение всегда мнимое.

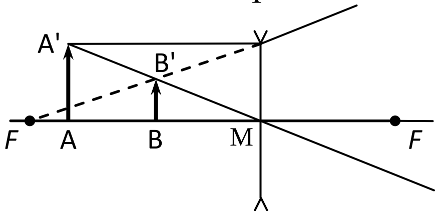
При построении используют основные свойства тонких линз. Во-первых, лучи, идущие параллельно главной оптической оси, после преломления пересекаются в главном фокусе линзы (точка *F*). Во-вторых, лучи проходящие через оптический центр линзы, не преломляются. В-третьих, лучи выходящие из главного фокуса после преломления, параллельны главной оптической оси линзы. И, наконец, любой параллельный пучок света после преломления в тонкой линзе пересекается в фокальной плоскости. Ниже приведены примеры построения изображений в собирающей и рассеивающей линзах.

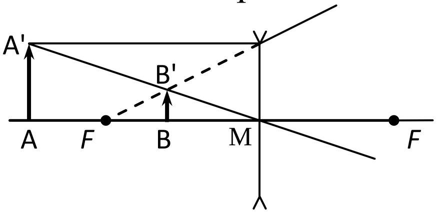


Если предмет находится на расстоянии, превышающем фокусное расстояние собирающей линзы, то его изображение получается действительным и перевернутым. Для построения обычно проводят три луча: луч, проходящий через оптический центр линзы; луч, параллельный его главной оптической оси; луч, проходящий через передний фокус линзы.



Если предмет находится на расстоянии меньшем, чем фокусное от собирающей линзы, то изображение получается мнимым. После преломления в собирающей линзе пучок лучей становится расходящимся, но прямые, вдоль которых распространяется свет, пересекаются в точке с другой стороны линзы. Эта точка пересечения и дает мнимое изображение.





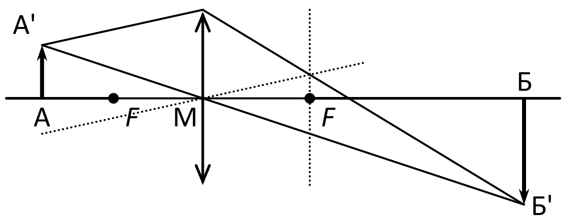
В отличие от собирающих, рассеивающие линзы всегда дают мнимое изображение. Для построения изображения строят луч, идущий через оптический центр линзы, и луч, параллельный главной оптической оси, который после преломления идет вдоль прямой, проходящей через передний фокус линзы.

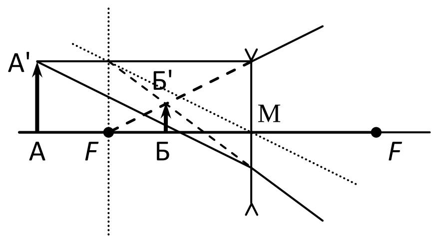
Во всех приведенных примерах изображение предмета обозначено *ББ'*, а предмет *АА'*. Сплошные линии показывают действительные лучи, а пунктирные являются продолжениями действительных лучей. Из рисунков видно, что треугольники *АА'М* и *ББ'М* являются подобными. Таким образом,

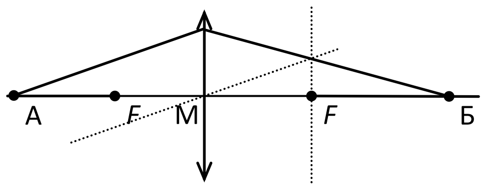
$$\frac{ББ'}{АА'} = \frac{БМ}{АМ} = \frac{b}{a} = k. \qquad (5.1)$$

Величину k называют ***увеличением*** тонкой линзы.

Построить изображение в тонкой линзе можно, используя также произвольный луч. Такое построение возможно вследствие того, что любой параллельный пучок света пересекается в фокальной плоскости линзы. Схема построения такова: сначала строят вспомогательный луч, параллельно выбранному, и, проходящий через оптический центр линзы; затем находят положение побочного фокуса на пересечении вспомогательного луча с фокальной плоскостью линзы; выбранный луч, преломляясь в линзе, также пройдет через побочный фокус; в качестве второго луча используют либо проходящий через оптический центр линзы, либо прошедший через главный фокус. Разница в построении для собирающих и рассеивающих линз состоит лишь в том, что лучи пересекаются в задней или передней фокальной плоскости соответственно.

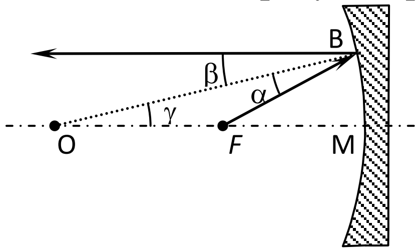






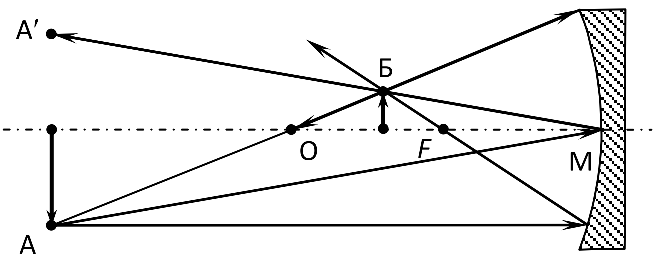
6. Сферические зеркала

Вогнутым сферическим зеркалом называют зеркало, отражающая поверхность которого является частью внутренней поверхности сферы. Нормаль к зеркалу, проходящая через его вершину (точку симметрии *М*) и центр сферы О, частью которой является зеркало, называется ***главной оптической осью зеркала***. Другие нормали к зеркалу, также проходящие через центр сфер, называют ***побочными*** оптическими осями зеркала. Пучок света, параллельный главной оптической оси зеркала, после отражения от зеркала собирается в одной точке – главном фокусе зеркала.



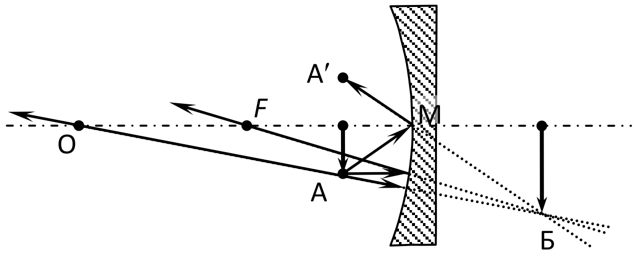
Зная законы отражения света, можно геометрически построить изображение, даваемое вогнутым зеркалом. Допустим, что точечный источник света находится в главном фокусе вогнутого зеркала. Отразившись от зеркала в точке *B*, луч пойдет параллельно главной оптической оси. По закону отражения $\alpha = \beta$. Но с другой стороны $\alpha = \gamma$, как внутренние накрест лежащие. Поэтому $\beta = \gamma$, а это означает, что треугольник *FOB* равнобедренный. Если рассматривать только лучи, близкие к главной оптической оси зеркала (параксиальное приближение), то $FB \approx FM$. Учитывая, что $OF = BF$, получаем $OF \approx MF$. Следовательно, ***фокус находится на середине между центром кривизны зеркала и его вершиной***. Используя те же обозначения что и для линз, можно записать

$$f = \frac{R}{2}. \qquad (6.1)$$

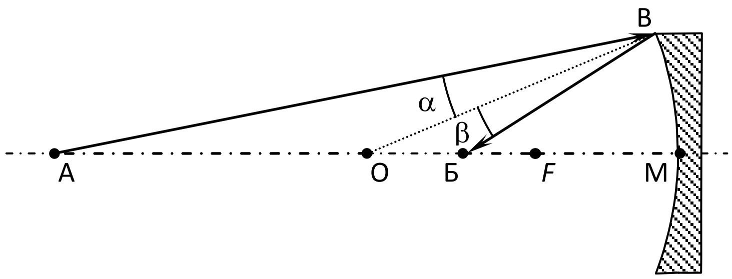


Для построения изображения в вогнутом зеркале, как и в линзе, достаточно двух лучей. Один из них, падающий на зеркало перпендикулярно поверхности зеркала, после отражения пойдет в обратном направлении. Этот луч пройдет через центр кривизны зеркала. Другой, падающий на зеркало параллельно главной оптической оси, после отражения пройдет через фокус *F*. И, наоборот, луч, проходящий через фокус, после отражения пойдет параллельно главной оптической оси. Однако, вместо одного из этих лучей можно воспользоваться лучом падающим на зеркало в его вершине (точке *M*). Он, отразившись, пройдет через точку *A′* симметричную точке *A* относительно главной оптической оси.

Если предмет находится за фокусом зеркала, то изображение предмета получается действительным и перевернутым. В противном случае, оно будет мнимым и прямым.



Положение изображение предмета, получаемого при помощи вогнутого сферического зеркала, можно найти и аналитически. Пусть на расстоянии a перед вогнутым сферическим зеркалом с фокусным расстоянием f на его оптической оси находится светящаяся точка A, изображение которой надо найти. Изображение $Б$ точки A определяется при пересечении луча AB, падающего на зеркало под углом α, и отражающегося под углом β и луча, идущего вдоль главной оптической оси. В треугольнике $ABБ$ прямая OB является биссектрисой, так как угол отражения β равен углу падения α. Известно, что биссектриса угла треугольника делит противоположную сторону на части, пропорциональные двум другим сторонам, поэтому



$$\frac{AO}{БO} = \frac{AB}{БB}. \tag{6.2}$$

Обозначим расстояние от вершины зеркала до изображения b. С учетом формулы (6.1) $AO = a - 2f$, $БO = 2f - b$, $AB \approx AM = a$, $БB \approx БM = b$. Подставляя их в формулу (6.2), получим выражение

$$\frac{a-2f}{2f-b} = \frac{a}{b},$$

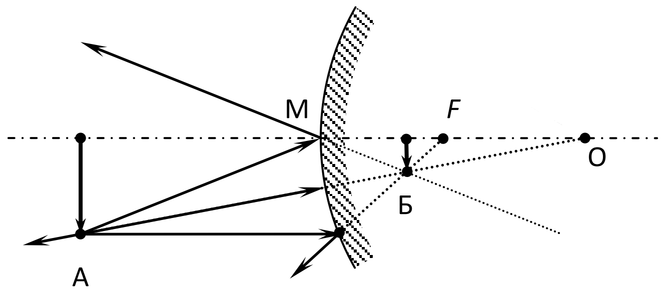
которое легко преобразовать к виду

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} = \frac{2}{R} = D. \tag{6.3}$$

Величину $D = \dfrac{1}{f}$ называют ***оптической силой*** сферического зеркала. Оптическая сила зеркал имеет тот же смысл, что и для линз.

Мы получили формулу (6.3) в предположении, что $a > f$. Можно показать, что если $a < f$, то формула изменится:

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f} = \frac{2}{R}$$



Выпуклым сферическим зеркалом называют зеркало, отражающая поверхность которого является внешней поверхностью сферы. Если на выпуклое зеркало направить пучок параллельных лучей, то они рассеются. Их продолжения соберутся в точке F, называемом ***мнимым фокусом***. Расстояние $MF = -f$ называют фокусным расстоянием. Для выпуклого зеркала его величина отрицательная и равна $-R/2$. Выпуклое зеркало дает мнимое, уменьшенные и прямые изображения. Можно показать, что для выпуклого зеркала

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f} = -\frac{2}{R}.$$