

Волновая оптика

Волновая оптика – раздел оптики, объясняющий оптические явления на основе волновой природы света. Волновая оптика описывает такие оптические явления, как *интерференция*, *дифракция*, *поляризация*, *дисперсия*.

1. Общие сведения об интерференции

Интерференция волн – это явление устойчивого во времени усиления или ослабления колебаний в разных точках пространства, которое происходит при наложении двух или более волн. Интерференция возможна для волн любой природы. Наиболее интересны проявления интерференции электромагнитных (световых) волн. Интерференция света характеризуется чередованием в пространстве областей повышенной и пониженной интенсивности, которые возникают в результате наложения так называемых когерентных волн. *Когерентными волнами* называются волны одинаковой частоты, колебания которых одинаково направлены, а разность их фаз постоянна.

Рассмотрим две электромагнитные волны одинаковой частоты $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, которые, накладываясь друг на друга, возбуждают в некоторой точке пространства два колебания одинакового направления. Поскольку электрическая и магнитная составляющие электромагнитных волн колеблются в одинаковой фазе, достаточно рассмотреть только одну из них. Электрическая составляющая оказывает гораздо большее воздействие на вещество. Поэтому в оптике принято рассматривать сложение векторов \vec{E} , которые называют световыми. Итак,

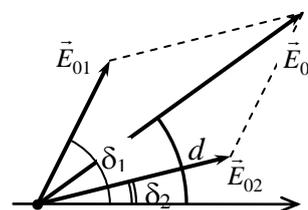
$$\begin{aligned}\vec{E}_1 &= \vec{E}_{01} \cos(\omega t + \delta_1); \\ \vec{E}_2 &= \vec{E}_{02} \cos(\omega t + \delta_2),\end{aligned}\quad (1)$$

где величины $\delta_1 = -\vec{k}_1 \cdot \vec{r} + \varphi_1$ и $\delta_2 = -\vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \varphi_2$ характеризуют фазы колебаний в данной точке пространства с радиус-вектором \vec{r} , но не зависят от времени.

Амплитуду \vec{E}_0 результирующего вектора $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t + \delta)$ легко найти с помощью метода векторных диаграмм. Из рисунка видно, что длина вектора \vec{E} определяется по теореме косинусов

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\delta_2 - \delta_1). \quad (2)$$

Энергия световой волны пропорциональна квадрату вектора напряженности электрического поля. Введем величину – *интенсивность света*. Это есть скалярная физическая величина, которая численно равна усреднённой за период колебаний волны энергии излучения, проходящей через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению



распространения волны, за единицу времени. Иными словами интенсивность световой волны есть

$$I(t) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} S(t) dt,$$

где $S(t)$ есть модуль вектора Пойтинга. Если волна монохроматическая, то

$$S(t) = E(t)H(t) = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 \cos^2(\omega t + \alpha)$$

и мы имеем $I(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0^2$. Таким образом, можно считать, что

интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды колебаний вектора напряженности электрического поля в световой волне, т.е.

$$I \sim E_0^2. \quad (3)$$

Запишем уравнение (2) через величину I :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos(\delta_2 - \delta_1), \quad (4)$$

где I_1 , I_2 и I есть соответственно интенсивность световой волны от первого, второго источника и результирующей. Заметим, что мы наблюдаем не величину I , а величину $\langle I \rangle$, которое есть усреднение величины I по времени t разрешения приемника света, которое является намного большим, чем период колебания волны, но намного меньшим, чем характерное время наблюдения за волной. Усредним полученное выражение по этому времени

$$\langle I \rangle = \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle + \langle 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos(\delta_2 - \delta_1) \rangle.$$

Считая, что амплитуды исходных колебаний не зависят от времени, но время разрешения приемника света фазы δ_1 и δ_2 могут меняться, можно записать

$$\langle I \rangle = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \langle \cos(\delta_2 - \delta_1) \rangle. \quad (4)$$

Анализ полученной формулы приводит к следующим результатам:

1. Если $\delta_2 - \delta_1 = const$, то

$$\langle \cos(\delta_2 - \delta_1) \rangle = \frac{1}{t} \int_0^t \cos(\delta_2 - \delta_1) dt = \cos(\delta_2 - \delta_1).$$

Тогда выражение (4) принимает вид

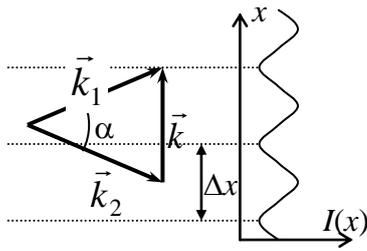
$$\langle I \rangle = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos(\delta_2 - \delta_1). \quad (5)$$

То есть, интенсивность результирующих колебаний отличается от простой суммы интенсивностей исходных колебаний. Третье слагаемое в выражении (5) называют **интерференционным**;

2. Если $\delta_2 - \delta_1 \neq const$ и $\cos(\delta_2 - \delta_1)$ принимает всевозможные значения, то $\langle \cos(\delta_2 - \delta_1) \rangle = 0$. В этом случае интерференция отсутствует.

Соотношение (5) показывает, что интенсивность результирующих колебаний зависит не только от интенсивности складываемых волн, но и от величины $(\delta_2 - \delta_1)$, называемой **разностью фаз**. Если δ_1 и δ_2 равны или

отличаются на $2m\pi$ (m – целое число), то интенсивность будет **максимальна**.



Если же δ_1 и δ_2 отличаются на $(2m+1)\pi$, то интенсивность будет **минимальна**. Распишем выражение для сдвига фаз

$$\delta_2 - \delta_1 = (-\vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \varphi_2) - (-\vec{k}_1 \cdot \vec{r} + \varphi_1) = -\vec{k} \cdot \vec{r} + (\varphi_2 - \varphi_1), \quad (6)$$

где $\vec{k} = \vec{k}_2 - \vec{k}_1$. Выражения (5) и (6) показывают, что интенсивность света меняется по синусоидальному закону. Поверхности одинаковых интенсивностей представляют собой плоскости, перпендикулярные вектору \vec{k} . Расстояние Δx между **соседними плоскостями равной интенсивности** находится из условия $k \cdot \Delta x = 2\pi$. Так как длины векторов \vec{k}_1 и \vec{k}_2 одинаковы $k_1 = k_2 = 2\pi/\lambda$, то

$$k = 2k_1 \sin \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \Delta x = \frac{2\pi}{k} = \frac{\pi}{k_1 \sin(\alpha/2)} = \frac{\lambda}{2 \sin(\alpha/2)}. \quad (7)$$

Для малых углов α формула (7) принимает вид $\Delta x \approx \lambda/\alpha$. Если поставить плоский экран параллельно вектору \vec{k} , то на экране появятся светлые и темные интерференционные полосы. Расстояние Δx в этом случае называется **шириной интерференционной полосы**.

Рассмотренный случай возникновения интерференции является идеализированным. Мы предполагали, что две монохроматические волны одинаковой частоты и постоянной разности фаз складывались в некоторой точке пространства. Такое протекание волнового процесса называют **согласованным** или **когерентным**. Степень когерентности может быть различной.

Реальные источники света не могут испускать монохроматические волны. Световые волны образуются наложением колебаний с различными частотами, в некотором диапазоне частот. Кроме того, фаза и амплитуда колебаний претерпевают спонтанные хаотические изменения.

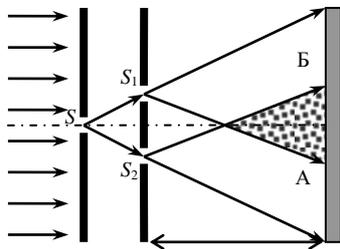
2. Способы получения интерференции. Опыт Юнга.

Опыт показывает, что когда два независимых источника света или даже два различных участка одного и того же тела посылают световые волны в одну область пространства, то интерференции не наблюдается. Отсутствие устойчивой интерференционной картины объясняется тем, что источники не являются когерентными. Причина некогерентности реального излучения состоит в том, что испускание света происходит вследствие возбуждения атомов, не зависящих друг от друга. В каждом из таких атомов излучение длится очень короткое время. После прекращения свечения атом может вновь начать испускать световые волны, но, конечно, уже с новой начальной фазой. Поэтому разность фаз между излучениями двух

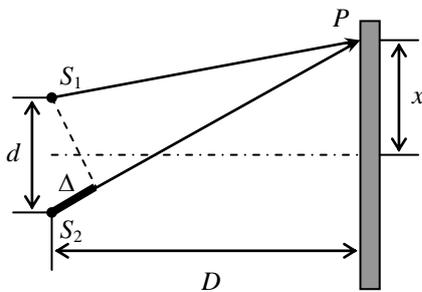
независимых атомов будет меняться при начале каждого нового акта испускания. Мгновенные интерференционные картины, даваемые ими, сменяются настолько быстро и беспорядочно, что мы можем наблюдать только среднюю картину.

Однако, на практике можно получить интерференцию, если использовать всего лишь один источник излучения. Для этого необходимо испускаемое излучение разделить на два потока, а потом заставить их встретиться. Таким образом, мы заставим интерферировать две волны, вышедшие из одного источника. Фазы в этих волнах будут изменяться синхронно, и тем самым, разность фаз встречающихся волн не будет зависеть от времени.

Рассмотрим классические примеры получения интерференции от двух точечных когерентных источников, которые образуются путем деления волнового фронта волны.



В *опытах Юнга* свет от монохроматического источника света параллельным пучком падал на экран с узкой щелью S , являющейся источником расходящегося светового потока. В качестве параллельного источника Юнг использовал солнечный свет, прошедший через светофильтр. Свет от источника S попадал на две параллельные узкие щели S_1 и S_2 , расположенные на расстоянии d друг от друга. В результате на экране, в области перекрывания световых потоков от вторичных источников S_1 и S_2 между точками A и B , возникала интерференционная картина в виде чередующихся темных и светлых полос.



Сделаем расчет в *Опыте Юнга*. Пусть свет от двух когерентных источников S_1 и S_2 , полученных разделением светового потока, попадает в точку экрана P , где наблюдается максимум интерференции с координатой x . Разность хода волн, интерферирующих в точке P , равна $\Delta = S_2P \cdot n_2 - S_1P \cdot n_1$. Предположим, что волны распространяются в одной и той же среде,

то есть $n_2 = n_1 = n$. Для простоты условимся, что средой является вакуум ($n = 1$). Тогда оптическая разность хода равна разности геометрических путей волн

$$\Delta = S_2P - S_1P. \quad (1)$$

Так как в точке P наблюдается максимум, то из условия максимума интерференции получим

$$\Delta = S_2P - S_1P = 2m\lambda. \quad (2)$$

Для нахождения координаты x максимума произведем следующие арифметические преобразования

$$S_2P^2 = D^2 + (x + d/2)^2; \quad S_1P^2 = D^2 + (x - d/2)^2.$$

Вычтем из первого уравнения второе и раскроем скобки в правой части полученного равенства

$$S_2P^2 - S_1P^2 = (D^2 + x^2 + d^2/4 + x \cdot d) - (D^2 + x^2 + d^2/4 - x \cdot d),$$

или

$$S_2P^2 - S_1P^2 = 2dx.$$

Расписав разность квадратов в левой части, получим следующее соотношение

$$(S_2P + S_1P) \cdot (S_2P - S_1P) = 2dx.$$

Мы будем рассматривать случай, когда налагающиеся друг на друга волны распространяются от источников по малыми углами. Практически это означает выполнения условия

$$D \gg d.$$

В этом случае $S_2P \approx D$ и $S_1P \approx D$ и первый множитель в левой части равенства равен $S_2P + S_1P \approx 2D$, а второй множитель представляет не что иное, как разность хода $S_2P - S_1P = \Delta$. Откуда

$$2D \cdot \Delta \approx 2dx \quad \text{или} \quad x = \frac{D}{d} \cdot \Delta. \quad (3)$$

Используя условия максимума интерференции

$$\Delta = \lambda m,$$

получим выражения для координаты максимума с номером m :

$$x_m = \frac{D}{d} \cdot \Delta = \frac{D}{d} m \lambda.$$

Для координат двух соседних максимумов имеем:

$$x_m = \frac{D}{d} \cdot \Delta = \frac{D}{d} m \lambda \quad \text{и} \quad x_{m+1} = \frac{D}{d} \cdot \Delta = \frac{D}{d} (m+1) \lambda.$$

Тогда расстояние между соседними максимумами Δx будет равно

$$\Delta x = x_{m+1} - x_m = \frac{D}{d} \cdot (m+1) \lambda - \frac{D}{d} \cdot m \lambda = \frac{D}{d} \cdot \lambda. \quad (4)$$

Используя условия минимума интерференции

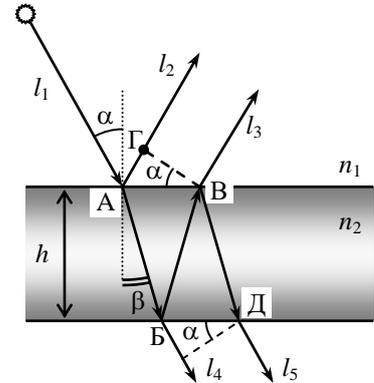
$$\Delta = \frac{\lambda}{2} (2m+1),$$

аналогичным образом можно определить координаты минимумов:

$$x_m = \frac{D}{d} (2m+1) \frac{\lambda}{2}.$$

3. Интерференция в тонких пленках и пластинках

Особый случай двулучевой интерференции представляет интерференция в тонких пленках и пластинках. Обычно рассматривают два вида такой интерференции: на плоскопараллельных пластинках и на пластинках переменной толщины.



Интерференция в тонких пленках возникает при отражении от верхней и нижней ее поверхностей. Луч света l_1 от источника S падает на плоскопараллельную пластинку толщиной h с показателем преломления n_2 под углом α . На верхней границе раздела он частично отражается под тем же углом α и частично преломляется под углом β . Преломленный луч l_3 , отражаясь от нижней границы раздела и преломляясь на верхней границе, следует параллельно лучу l_2 . Если на пути лучей l_2 и l_3 поставить собирающую линзу, то в фокальной плоскости этой линзы они будут интерферировать. Интерференция лучей l_2 и l_3 называется интерференцией **в отраженном свете**. Лучи l_4 и l_5 также выходят параллельно друг другу и могут интерферировать. Такую интерференцию называют интерференцией **в проходящем свете**.

Для расчета интерференционной картины в отраженном свете найдем оптическую разность хода лучей l_2 и l_3 . Предположим, что первая среда – воздух, то есть $n_1 \approx 1$. Тогда, обозначив $n_2 = n$, для оптической разности хода получим следующее выражение

$$\Delta = n \cdot (|AB| + |BB|) - |BG|. \quad (1)$$

Из рисунка видно, что $|AB|$ и $|BB|$ связаны с толщиной пластинки h и углом преломления β соотношением $|AB| = |BB| = \frac{h}{\cos \beta}$, а

$$|AG| = |AB| \sin \alpha = 2h \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \sin \alpha.$$

Учитывая закон преломления $\sin \alpha = n \cdot \sin \beta$, получаем

$$|AG| = 2hn \cdot \frac{\sin^2 \beta}{\cos \beta}. \text{ Тогда}$$

$$\Delta = n \cdot \frac{2h}{\cos \beta} - 2hn \frac{\sin^2 \beta}{\cos \beta} = 2hn \left\{ \frac{1}{\cos \beta} - \frac{\sin^2 \beta}{\cos \beta} \right\} = 2hn \cdot \cos \beta. \quad (2)$$

В уравнение (2) необходимо ввести поправку. Дело в том, что свет, отраженный от оптически более плотной среды, изменяет фазу на π . Этот

факт здесь не доказывается, но он нами будет обсужден немного позднее и связан с формулами Френеля. Таким образом, к разности хода необходимо прибавить или отнять $\lambda/2$. Кроме того, $\cos^2 \beta = 1 - \sin^2 \beta = 1 - \sin^2 \alpha / n^2$. Поэтому полная разность хода будет выглядеть следующим образом:

$$\Delta = 2dn \cos \beta - \lambda/2 = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \lambda/2. \quad (3)$$

В соответствии с формулой (3), светлые полосы (**максимумы**) расположены в местах, для которых

$$2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = (2m + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad (4)$$

а темные (**минимумы**) в местах, для которых

$$2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = m\lambda, \quad (5)$$

где m – целое число, называемое порядком интерференции. Как следует из формул (4) и (5), при фиксированных значениях длины волны, толщине пластинки и ее показателя преломления каждому номеру m соответствует свой угол падения α .

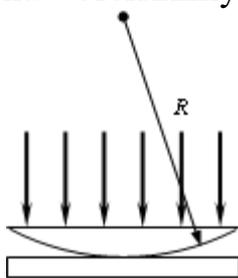
В проходящем свете геометрическая разность хода между лучами l_4 и l_5 такая же, как и для лучей l_2 и l_3 . Однако, ни один из них не отражается от оптически более плотной среды. Таким образом, оптическая разность хода определяется соотношением

$$\Delta = 2dn \cos \beta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}.$$

То есть, условие минимума интерференционной картины определяется соотношением (4), а условие максимума – формулой (5).

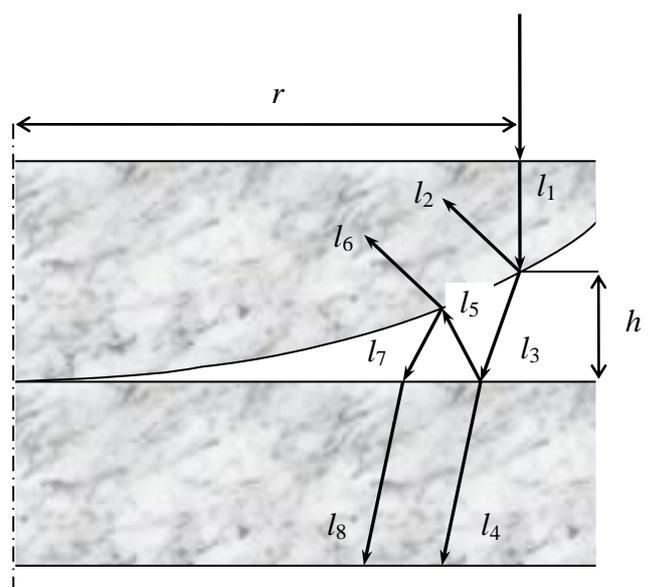
4. Кольца Ньютона

Для получения колец Ньютона на стеклянную пластинку кладут плосковыпуклую линзу большого радиуса.



Предположим, что свет падает на линзу по нормали к плоской поверхности.

Тогда лучи пройдут через границу воздух-стекло без преломления (луч l_1). (На выпуклой поверхности линзы луч l_1 частично отразится (луч l_2) и частично преломится (луч l_3). Дойдя до верхней поверхности плоскопараллельной пластинки, луч l_3 опять частично преломляется (луч l_4) и частично



отражается (луч l_5). То же происходит и с лучом l_5 (лучи l_6 и l_7), с лучом l_7 и так далее.) Однако, когда луч разделяется на границе раздела двух сред, интенсивность каждого из полученных лучей становится значительно меньше, чем у исходного.

Лучи l_2 и l_6 , а также l_4 и l_8 могут интерферировать между собой. Интерференция лучей l_2 и l_6 называется интерференцией *в отраженном свете*, а лучей l_4 и l_8 – интерференцией *в проходящем свете*.

Найдем разность хода лучей в отраженном свете. Предположим, что радиус линзы достаточно велик, то есть длины лучей l_3 и l_5 приблизительно одинаковы и равны h . Тогда разность хода лучей будет равна

$$\Delta = 2hn \pm \lambda/2. \quad (1)$$

Выразим толщину зазора через радиус линзы R и расстояние r от центра линзы до луча l_1 .

$$r^2 + (R - h)^2 = R^2 \quad \text{или} \quad r^2 = 2Rh - h^2.$$

$h \ll R$, слагаемым h^2 можно пренебречь, т.е.

$$r^2 \approx 2Rh \quad \text{или} \quad h = r^2/2R.$$

$$\Delta = \frac{r^2}{R} \cdot n \pm \frac{\lambda}{2}. \quad (2)$$

Интерференционная картина будет иметь вид концентрических колец с центром в точке касания линзы и пластинки. Зная разность хода, легко найти радиусы светлых и темных колец

$$nr_m^2/R \pm \lambda/2 = m\lambda;$$

$$nr_m^2/R \pm \lambda/2 = (2m + 1) \cdot \lambda/2.$$

Выбирая наиболее удобные с точки зрения математического вида знаки, получаем формулы для радиусов колец Ньютона

$$r_m^2 = \frac{(2m + 1)\lambda}{2n} R \quad - \quad \text{светлые кольца}; \quad (3)$$

$$r_m^2 = \frac{m\lambda}{n} R \quad - \quad \text{темные кольца}. \quad (4)$$

5. Дифракция света. Принцип Гюйгенса

Под *дифракцией* света понимают всякое отклонение света от прямолинейного распространения, если оно не может быть истолковано как результат отражения, преломления или изгибания световых лучей в средах с непрерывно меняющимся показателем преломления. Если в среде имеются мельчайшие частицы постороннего вещества или показатель преломления заметно меняется на расстояниях порядка длины волны, то говорят о рассеянии света и термин "дифракция" не употребляется. Дифракция, в

частности, приводит к огибанию световыми волнами препятствий и проникновению света в область геометрической тени. Для наблюдения дифракции света необходимо создание специальных условий. Это обусловлено малостью длин световых волн.

Самое общее определение дифракции – следующее. *Дифракцией называется совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света в среде с резкими неоднородностями (например, вблизи границ непрозрачных или прозрачных тел, сквозь малые отверстия и т.п.) и связанных с отклонениями при распространении от законов геометрической оптики.*

Между интерференцией и дифракцией нет существенного физического различия. Оба явления заключаются в перераспределении интенсивности света в результате наложения волн. Перераспределение, возникающее в результате суперпозиции волн, возбуждаемых *конечным* числом дискретных источников, называют интерференцией. Перераспределение, возникающее вследствие суперпозиции волн, возбуждаемых когерентными источниками, расположенными *непрерывно*, называют дифракцией.

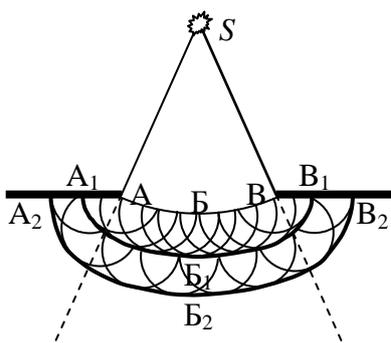
Схема наблюдения дифракции такова: на пути световой волны помещают преграду. За преградой располагают экран, на котором наблюдают дифракционную картину. Различают два вида дифракции. Если источник света и точка наблюдения расположены настолько далеко, что лучи, падающие на препятствие и идущие в точку наблюдения, образуют почти параллельные пучки, то говорят о дифракции *Фраунгофера*. В противном случае – о дифракции *Френеля*.

Всякая дифракционная задача, если ее рассматривать строго, сводится к решению уравнений Максвелла, при определенных граничных условиях. Однако такие задачи сложны. В оптике значительно большее значение имеют нестрогие методы решения дифракционных задач, основанные на принципе Гюйгенса, обобщенном Френелем.

Принцип Гюйгенса определяет способ построения фронта волны. *Волновым фронтом* называется геометрическое место точек, до которых дошла волна в некоторый момент времени. Например, в случае излучения волн точечным источником в однородной среде, волновой фронт будет представлять собой сферу с центром в точке, совпадающей с положением источника света и радиусом, равным произведению скорости света в веществе на интервал времени после начала излучения. Аналогичным образом можно построить волновой фронт (фронт волны) для произвольного источника. В частности, волновым фронтом бесконечной плоскости будет плоскость тонкой бесконечной нити – коаксиальные цилиндры и так далее. В приведенных примерах говорят о сферических, плоских или цилиндрических волнах, имея в виду форму волнового фронта.

Распространение световых волн Гюйгенс объяснял так: каждая точка, до которой доходит волна, служит центром вторичных волн. Принцип Гюйгенса устанавливает способ, с помощью которого можно построить

фронт волны в момент времени $t+\Delta t$, если известно положение фронта в момент времени t .



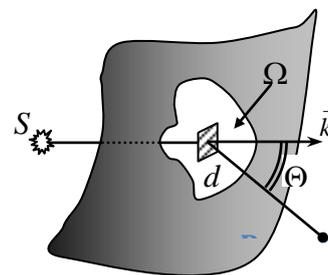
Пусть точечный источник света S излучает сферическую волну. Если в момент времени t волна дойдет до краев отверстия AB , то это отверстие вырежет из волнового фронта участок ABV . Если построить из каждой точки этого участка сферы радиусом $c \cdot \Delta t$, то огибающая этих сфер будет указывать положение фронта волны в момент времени $t+\Delta t$ (участок $A_1B_1V_1$). Взяв этот фронт за исходный, можно построить новый волновой фронт

– $A_2B_2V_2$. Следует отметить, что подобную процедуру можно проводить и в отсутствие преграды. Принцип Гюйгенса не дает никаких указаний относительно интенсивности волн, распространяющихся в различных направлениях.

Итак, принцип Гюйгенса можно сформулировать следующим образом: *каждая точка, до которой доходит волновое возмущение, служит центром вторичных волн. Огибающая этих волн указывает положение фронта волны в следующий момент времени.* В таком виде принцип Гюйгенса есть не более чем геометрический способ построения волновых фронтов. Во всех применениях вторичные волны выступают не как реальные волны, а как вспомогательные сферы, используемые для такого построения. Остается неясным, почему при распространении волны не возникает обратная волна.

6. Принцип Гюйгенса-Френеля

Френель дополнил гипотезу Гюйгенса. Каждую точку, до которой дошла световая волна, можно рассматривать как источник вторичных волн, распространяющихся во всех направлениях. Эти волны когерентны, поскольку все они возбуждаются одним и тем же первичным источником. Световое поле, возникающее в результате их интерференции, совпадает с полем реальных источников света. Принцип Гюйгенса, дополненный Френелем, получил название **принципа Гюйгенса-Френеля**. Следует отметить, что, опираясь на принцип Гюйгенса-Френеля, можно вычислить интенсивность волны в дифракционных задачах. Решение дифракционной, как и интерференционной, задачи заключается в расчете интенсивности в любой точке дифракционной картины.



Рассмотрим какой-либо экран с отверстием, через которое проходит свет от источника. Пусть источник точечный и монохроматический. Размеры отверстия много больше длины волны падающего света. Под E будем понимать амплитуду одной из компонент вектора \vec{E} или \vec{B}

электромагнитного поля волны. Задача состоит в определении амплитуды волны в любой точке P за экраном. Предположим, что амплитуда колебаний в точках отверстия такова, какой она была бы, если бы экрана не было, а на экране равна нулю. При этом физические свойства экрана не учитываются. Существенна только форма края отверстия. Опыт показывает, что такое предположение справедливо, если размеры отверстия, расстояние от экрана до источника, а также от экрана до точки наблюдения велики по сравнению с длиной волны.

Разделим поверхность Ω отверстия на элементарные участки площадью $d\Omega$, малые по сравнению с размерами отверстия, но большие по сравнению с длиной волны. Напряженность поля на некотором элементе $d\Omega$ этой поверхности будет

$$E = E_0 \cos(\omega t + \delta). \quad (1)$$

При вычислении вклада в E_P от участка $d\Omega$ нужно учесть изменение фазы и амплитуды вторичной волны при ее распространении. Это приводит к выражению

$$dE_P = K(\Theta) \cdot \frac{E_0}{R} d\Omega \cdot \cos(\omega t + \delta), \quad (2)$$

где $K(\Theta)$ – функция, учитывающая зависимость амплитуды вторичных волн от Θ . Величина

$$dE_P = K(\Theta) \cdot \frac{E_0}{R} d\Omega \quad (3)$$

является амплитудой вторичной волны в точке P .

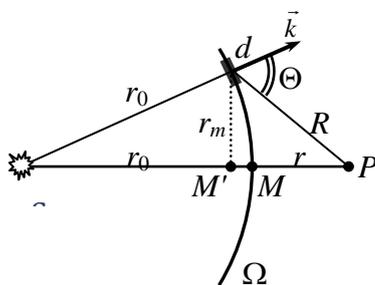
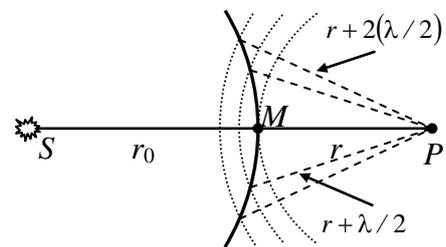
Полное поле E_P в точке P будет представлять собой суперпозицию полей вторичных волн от всех элементов $d\Omega$ всей поверхности Ω

$$E_P = \int_{\Omega} dE_P. \quad (4)$$

7. Зоны Френеля

Вычисление интеграла $E_P = \int_{\Omega} dE_P$ из предыдущего параграфа не всегда является простой задачей. В связи с этим используют различные приближенные методы. Наиболее простым и одновременно достаточно эффективным приближенным методом решения дифракционной задачи является **метод зон Френеля**.

Пусть сферическая волна, распространяющаяся от точечного источника S , образует сферический волновой фронт радиусом r_0 . Для приближенного вычисления интеграла воспользуемся следующим приемом. Построим сферы в точке P , радиусы которых r ,



$r+\lambda/2, r+2\cdot(\lambda/2), \dots$ Они разобьют поверхность Ω на кольцевые области, называемые **зонами Френеля**. Построение зон выбрано таким образом, чтобы вторичные волны от границ двух соседних зон приходили в точку P в противофазе.

Получим выражение для радиуса m -той зоны Френеля. Из рисунка видно, что

$$r_m^2 = r_0^2 - (r_0 - h_m)^2; \quad r_m^2 = (r + m\lambda/2)^2 - (r + h_m)^2, \quad (1)$$

где $h_m = |MM'|$.

Раскроем скобки в уравнениях (1). Так как слагаемые, входящие в (1), подчиняются соотношениям $h_m \ll r$ и $h_m \ll r_0$, то теми слагаемыми, которые содержат h_m^2 , можно пренебречь, т.е.

$$\begin{aligned} r_m^2 &\approx 2r_0h_m; \\ r_m^2 &\approx (m\lambda/2)^2 + rm\lambda - 2rh_m. \end{aligned}$$

В силу малости длины волны слагаемыми, содержащими λ^2 во втором уравнении, тоже можно пренебречь. В результате получим

$$r_m^2 \approx 2r_0h_m; \quad r_m^2 \approx rm\lambda - 2rh_m.$$

Откуда

$$h_m \approx \frac{r}{2(r_0 + r)} m\lambda.$$

Тогда радиус окружности, отделяющий m -тую зону от $(m+1)$ -й, приближенно равен

$$r_m^2 \approx 2r_0h_m = \frac{r_0r}{r_0 + r} m\lambda \quad \text{или} \quad r_m \approx \sqrt{\frac{r_0r}{r_0 + r} m\lambda}. \quad (2)$$

Так как расстояние от соседних зон Френеля до точки наблюдения отличаются на $\lambda/2$, то волны от них приходят в точку P в противофазе. Таким образом, интеграл $E_P = \int_{\Omega} dE_P$ можно заменить суммой

$$E_P = E_1 - E_2 + E_3 - E_4 + \dots = \sum_m (-1)^{2m+1} E_m, \quad (3)$$

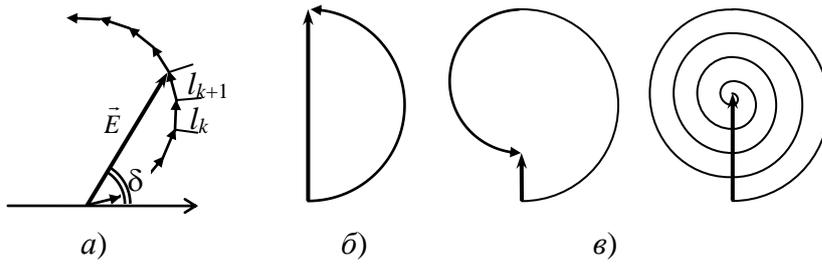
где E_1, E_2, E_3, \dots – напряженности поля, создаваемые первой, второй, третьей и т.д. зонами Френеля. Можно также показать, что площади соседних зон Френеля примерно одинаковы. Однако, по мере увеличения номера зоны угол Θ увеличивается. Это ведет к тому, что напряженность поля монотонно уменьшается, т.е.

$$E_1 > E_2 > E_3 > E_4 > \dots$$

Следовательно, в формуле (4.3.3) сумма двух любых слагаемых E_m и E_{m+1} не равна нулю. Но для таких функций приближенно можно считать, что полусумма $(m-1)$ -го и $(m+1)$ -го слагаемого дает m -тое слагаемое в виде:

$$E_m = \frac{E_{m-1} + E_{m+1}}{2}. \quad (4)$$

Рассмотрение действия световой волны в точке P удобно производить, пользуясь графическим методом сложения колебаний, обладающих



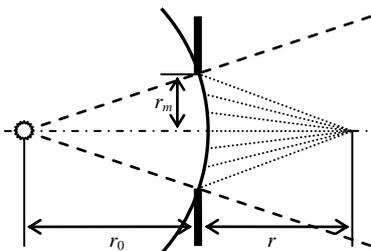
некоторой разностью фаз. Для этого разбивают каждую зону Френеля на несколько равных участков, настолько малых, что фаза колебаний, вызываемых в точке P , практически постоянна. Тогда действие некоторого участка l_k можно выразить вектором, длина l_k которого дает суммарную амплитуду, а направление – фазу, обуславливаемую этим участком (рис. а). Действие следующего участка будет характеризоваться вектором, повернутым относительно предыдущего. По длине эти векторы практически не будут отличаться ($l_k \approx l_{k+1}$), так как участки равновеликие. Колебание, возбуждаемое несколькими *подзонами*, представится геометрической суммой таких векторов $\vec{E} = \vec{l}_1 + \vec{l}_2 + \dots + \vec{l}_k$. Если число подзон устремить к бесконечности, то в пределе ломаная перейдет в непрерывную спираль, вьющуюся вокруг фокуса (рис. з). На рис. б показан случай, когда колебания в точке P формируется только первой зоной. Такой результат является очень неожиданным, так как в этом случае напряженность поля примерно в два раза больше, чем напряженность поля в отсутствие препятствия. Если же отверстие в непрозрачной преграде будет открывать две первые зоны Френеля (рис. в), то в центре экрана наблюдается темное пятно. Примерно тот же результат будет, если открыто небольшое четное число зон Френеля.

8. Применение метода зон Френеля

Метод зон Френеля является удобным инструментом для решения ряда задач на дифракцию света. Рассмотрим два простейших случая дифракции Френеля на круглом отверстии и непрозрачном диске.

Пример 1. Дифракция Френеля на круглом отверстии

Поставим на пути сферической волны экран с вырезанным в нем круглым отверстием. Обозначим через r_m радиус отверстия, центр которого лежит на прямой, проходящей через источник света и точку наблюдения. Если радиус отверстия равен радиусу m -ой зоны Френеля, то из формулы (4.3.2) получим



$$m = \frac{r_m^2}{\lambda} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_0} \right).$$

В соответствии с формулой (4.3.6), выражение для напряженности электрического поля

$$E_P = E_1 - E_2 + \dots \pm E_m.$$

Перед слагаемым E_m берется знак "+", если m нечетное, и "-", если m четное. Представим это выражение в следующем виде

$$E_P = \frac{E_1}{2} + \left(\frac{E_1}{2} - E_2 + \frac{E_3}{2} \right) + \left(\frac{E_3}{2} - E_4 + \frac{E_5}{2} \right) + \dots$$

Напряженности поля, создаваемого соседними зонами Френеля, примерно одинаковы. Тогда, если отверстие вырезает из волновой поверхности нечетное число зон Френеля, получим

$$E_P = \frac{E_1}{2} + \frac{E_m}{2}, \quad (1)$$

а если m – четное:

$$E_P = \frac{E_1}{2} + \frac{E_{m-1}}{2} - E_m. \quad (2)$$

Из предположения о примерно равных значениях напряженности поля от соседних зон следует, что можно заменить $(E_{m-1}/2) - E_m$, на $-E_m/2$. Тогда, выражение для напряженности поля в точке P примет вид

$$E_P = \frac{E_1}{2} \pm \frac{E_m}{2}. \quad (3)$$

Для малых значений m амплитуда, создаваемая m -ой зоной, слабо отличается от амплитуды, создаваемой первой зоной. Таким образом, преграда с отверстием, открывающим небольшое нечетное число зон, приводит к увеличению амплитуды в точке P почти в два раза по сравнению с амплитудой волны в отсутствие преграды. Напротив, если отверстие откроет четное число зон Френеля, то в точке P будет наблюдаться дифракционный минимум.

Расчет амплитуды результирующих колебаний в других точках экрана значительно более сложен, так как соответствующие им зоны Френеля оказываются частично закрытыми непрозрачным экраном. Из соображений симметрии и закона сохранения энергии очевидно, что интерференционная картина вблизи точки P должна иметь вид чередующихся концентрических темных и светлых колец. По мере удаления от точки P контрастность дифракционной картины уменьшается.

Если отверстие освещается не монохроматическим, а белым светом, то кольца имеют многоцветную (радужную) окраску. Это происходит вследствие того, что число зон Френеля, открытых отверстием, зависит от длины волны света. В случае, если отверстие открывает лишь часть первой зоны, то на экране получается размытое светлое пятно. Чередования светлых и темных колец в этом случае не возникает. Если отверстие открывает большое число френелевых зон, чередование светлых и темных колец наблюдается лишь в узкой области, вблизи границы геометрической тени. Внутри этой области освещенность практически однородная.

Пример 2. Дифракция Френеля на круглом непрозрачном диске

Поместим на пути между источником и точкой наблюдения непрозрачный диск с центром, лежащим на прямой, соединяющей эти точки.

Если диск закрывает m первых зон Френеля, то напряженность поля в точке P будет равна

$$E_P = E_{m+1} - E_{m+2} + E_{m+3} - E_{m+4} + \dots$$

Как и в случае с круглым отверстием, распишем это выражение в виде

$$E_P = \frac{E_{m+1}}{2} + \left(\frac{E_{m+1}}{2} - E_{m+2} + \frac{E_{m+3}}{2} \right) + \left(\frac{E_{m+3}}{2} - E_{m+4} + \frac{E_{m+5}}{2} \right) + \dots$$

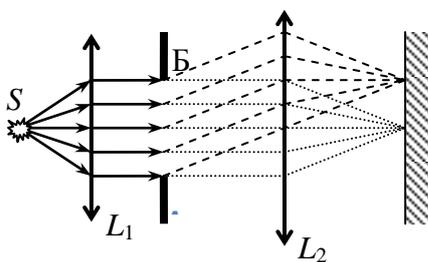
Если предположить, что интенсивность света, излучаемого соседними зонами, приблизительно одинакова, то выражения, стоящие в скобках, обращаются в ноль. Следовательно,

$$E_P = \frac{K_{m+1}}{2}. \quad (4)$$

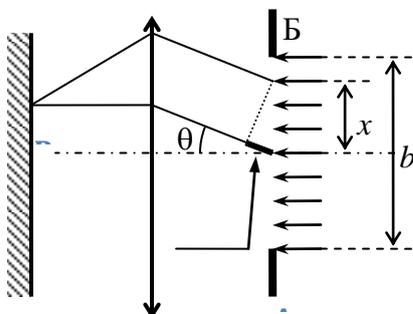
В случае, если диск перекрывает небольшое количество зон, то амплитуда, создаваемая $(m+1)$ -ой зоной, мало отличается от амплитуды, создаваемой первой зоной. Тогда, в точке P всегда будет наблюдаться светлое пятно. Для любой точки, смещенной относительно точки P , диск будет частично перекрывать френелевы зоны. Тогда, в силу симметрии и закона сохранения энергии, дифракционная картина будет представлять чередование светлых и темных колец. Интенсивность дифракционных максимумов уменьшается с удалением от центра.

Если диск освещается не монохроматическим, а белым светом, то кольца имеют, так же как и в случае отверстия, радужную окраску. В случае, если диск закрывает лишь часть первой зоны, то он вовсе не отбрасывает тени. Если диск прикрывает большое число зон, чередование светлых и темных колец наблюдается лишь в узкой области вблизи границы геометрической тени. В этом случае $E_{n+1} \ll E_1$, так что светлое пятно в центре отсутствует, и освещенность в области геометрической тени практически всюду равна нулю.

9. Дифракция Фраунгофера на щели



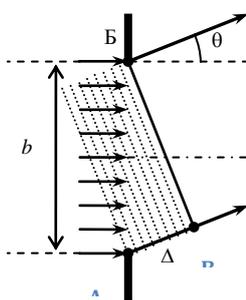
Дифракционные явления Фраунгофера имеют в оптике значительно большее практическое значение, чем дифракция Френеля. Это связано с тем, что при дифракции Френеля расстояния от источника до препятствия и от препятствия до экрана должны быть сравнимы с размерами этого препятствия. А при практическом осуществлении дифракции Фраунгофера источник света S помещается в фокусе линзы L_1 . Дифракция возникает на каком либо препятствии AB , поставленном на пути лучей, прошедших через линзу L_1 . Дифракционная картина наблюдается в фокальной плоскости другой линзы L_2 .



Простейшим для расчета и практически очень важным случаем является дифракция Фраунгофера на длинной прямоугольной щели.

Для определения положения минимумов и максимумов дифракционной картины можно воспользоваться методом зон Френеля.

Разобьем разность хода между лучами, идущими от краев щели АБ плоскостями, параллельными соседними. Эти плоскости разобьют щель на полосы шириной $\lambda/(2 \sin \theta)$. Свет от двух соседних зон будет приходить в друг друга. Таким образом, укладывается четное число зон, наблюдается минимум. Если нечетному числу полузон, то наблюдается максимум интенсивности.



Расстояние между плоскостями примем $\lambda/2$. АВ на зоны Френеля в виде. Свет от двух соседних зон противоразнофазен, то есть гасит друг друга. Если на участке АВ укладывается четное число полузон, то на экране наблюдается максимум интенсивности.

$$b \cdot \sin \theta = (2m + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} - \text{максимум интенсивности,} \quad (1)$$

$$b \cdot \sin \theta = 2m \cdot \frac{\lambda}{2} - \text{минимум интенсивности.} \quad (2)$$

Первый минимум ($m = 0$) определяется условием $\sin \theta = \lambda/b$. Если $\lambda/b \ll 1$, то $\theta \approx \lambda/b$. Между минимумами интенсивности находятся максимумы различных порядков. Значение интенсивности в максимумах быстро убывает с увеличением m . Основная часть светового потока сосредотачивается в центральной полосе. При увеличении ширины щели уменьшается ширина максимума. Высота максимума интенсивности пропорциональна квадрату ширины щели. При сужении щели картина расширяется, и при $b \sim \lambda$ центральный максимум охватывает все поле зрения.

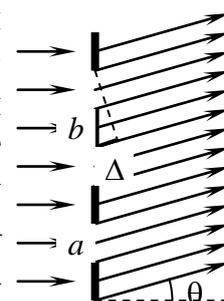
Если плоская волна падает на щель наклонно под углом θ' к нормали, то разность хода между вторичными волнами, распространяющимися в направлении θ , будет равна $b \cdot (\sin \theta - \sin \theta')$. Условие дифракционных минимумов в этом случае

$$b \cdot (\sin \theta - \sin \theta') = 2m \cdot \frac{\lambda}{2}. \quad (3)$$

Центральный максимум будет находиться в направлении падающей волны, то есть при $\theta = \theta'$.

10. Дифракционная решетка

Дифракционной решеткой называют совокупность узких параллельных щелей, находящихся на небольшом расстоянии друг от друга. На практике дифракционные решетки представляют собой стеклянную или металлическую поверхность, на которую наносят множество равноотстоящих штрихов. Пространство между штрихами играет роль щели, а сами штрихи – непрозрачного экрана. Дифракционная решетка характеризуется шириной щели b , шириной штриха a ,



периодом решетки $d = a + b$ и количеством щелей N .

Выясним характер дифракционной картины, получающейся на экране при перпендикулярном падении на решетку плоской световой волны. По принципу Гюйгенса-Френеля вторичные волны будут распространяться от щелей решетки под разными углами. Выберем только те лучи, которые выходят из разных щелей решетки под некоторым углом φ . Освещенность каждой точки экрана будет зависеть от интенсивности света от каждого пучка и от результата интерференции этих пучков.

Результат интерференции лучей от разных щелей будет зависеть от разности фаз, с которой пучки накладываются друг на друга в фокальной плоскости линзы. При монохроматическом источнике света разность фаз в точке встречи соседних пучков будет зависеть от разности хода соответствующих лучей и длины волны.

Оптическая разность хода $\Delta = (a + b)\sin \varphi$. Если Δ равно четному числу полуволн, то соседние пучки накладываются друг на друга в одной фазе и амплитуда результирующего колебания в точке М на экране, где собираются лучи, идущие от всех щелей решетки будет равна сумме амплитуд колебаний, создаваемых каждым пучком. Для направлений, определяемых этим условием, колебания от отдельных щелей взаимно усиливают друг друга, вследствие чего амплитуда колебаний в соответствующей точке экрана равна $A_{\max} = NA_{\varphi}$, где A_{φ} – амплитуда колебаний, посылаемых одной щелью под углом φ . А интенсивность световых колебаний будет в N^2 больше интенсивности J_{φ} , создаваемой в направлении φ одной щелью. Таким образом мы имеем

$$(a + b)\sin \varphi = 2k \cdot \frac{\lambda}{2} - \text{условие максимума.}$$

Это условие определяет положение максимумов интенсивности, называемых главными. Число k дает порядок главных максимумов.

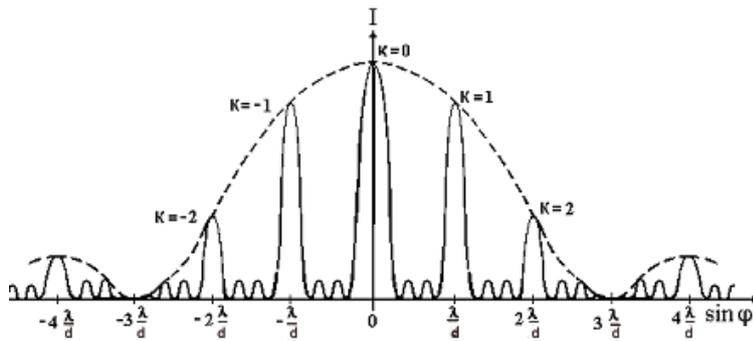
В промежутках между соседними главными максимумами имеется по $N - 1$ добавочному минимуму. Эти минимумы возникают в тех направлениях, для которых колебания от отдельных щелей взаимно погашают друг друга. Направления добавочных минимумов определяются из

условия $d \sin \varphi = \frac{m}{N} \lambda$ или

$$Nd \sin \varphi = m \lambda ,$$

где m принимает все целочисленные значения, кроме $0, N, 2N, \dots$, т.е. когда выполняется условие $d \sin \varphi = k \lambda$.

Интенсивность света, распространяющегося под углом φ к нормали после дифракции на правильной структуре из N щелей, определяется выражением (которое мы представляем без вывода):



$$I_{\varphi} = I_0 \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2 \left(\frac{\sin N\delta}{\sin \delta} \right)^2,$$

где $u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi,$

$$\delta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi.$$

Дифракционная картина имеет вид, показанный

на рисунке.

Здесь следует учитывать, что главный максимум определенного порядка пропадает, если его положение совпадает с каким-нибудь минимумом дифракционной картины от одной щели (условие минимума $b \sin \varphi = k\lambda$).

Следует знать и помнить, что дифракционная картина в данном случае является результатом двух процессов: дифракции света от каждой отдельной щели и интерференции света от всех щелей.

11. Дисперсия света. Электронная теория дисперсии света. Нормальная и аномальная дисперсии.

Дисперсией световых волн называется зависимость показателя преломления световых волн (или фазовой скорости световых волн) от их частоты. Все среды, за исключением абсолютного вакуума, обладают дисперсией.

Дисперсия возникает в результате взаимодействия поля волны с частицами вещества. Проще всего теоретическому рассмотрению поддается дисперсия в газах, так как в этом случае можно не учитывать взаимодействие атомов и молекул среды между собой.

Для простоты решения дисперсионной задачи предполагают, что в атоме есть всего один электрон на внешней оболочке. Такие электроны называют *оптическими*. На электроны внутренних оболочек волна влияет слабо. В классической теории дисперсии электрон рассматривается как затухающий гармонический осциллятор, колебания которого описываются формулой

$$m \cdot \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -k\vec{r} - g \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} + e \cdot \vec{E}, \quad (1)$$

где m — масса электрона, e — заряд электрона, $-k\vec{r}$ — сила, возвращающая электрон в положении равновесия, $-g \cdot \frac{d\vec{r}}{dt}$ — сила, аналогичная силе трения и введенная для учета поглощения, \vec{E} —

напряженность поля, действующего на электрон. Разделив уравнение (1) на m , приведем его к виду

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + 2\beta \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} + \omega_0^2\vec{r} = \frac{e}{m} \cdot \vec{E}, \quad (2)$$

где $\omega_0^2 = k/m$ – собственная частота колебаний электрона, $2\beta = g/m$ – коэффициент затухания. Магнитной составляющей силы Лоренца, действующей на электрон, можно пренебречь, так как скорость движения электрона мала по сравнению со скоростью света в вакууме.

Предположим, что поле \vec{E} представляется плоской волной $\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot \cos(\omega_0 t - \vec{k}\vec{r})$. Для теории дисперсии имеет значение не общее, а частное решение уравнения (2), представляющее вынужденное колебание осциллятора. Будем искать решение в виде, подставив выражение $\vec{r} = \vec{r}_0 \cos \omega t$ в (2). Получим:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{r}}{dt} &= -\omega\vec{r} \cdot \text{tg } \omega t; & \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} &= -\omega^2\vec{r}; \\ -\omega^2\vec{r} - 2\beta\omega \cdot \text{tg } \omega t \cdot \vec{r} + \omega_0^2\vec{r} &= \frac{e}{m} \cdot \vec{E}. \end{aligned}$$

Если пренебречь поглощением света ($\beta = 0$), то решение этого уравнения принимает вид

$$\vec{r} = \frac{e/m}{\omega_0^2 - \omega^2} \cdot \vec{E}. \quad (3)$$

Под действием электрического поля волны атом приобретает дипольный момент $\vec{p} = e\vec{r}$. Если в единице объема находится N атомов, то вектор поляризованности среды \vec{P} будет равен $\vec{P} = N \cdot \vec{p} = N \cdot e\vec{r}$. Подставив вместо вектора \vec{r} его значение (3), получим

$$\vec{P} = \frac{Ne^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2} \cdot \vec{E}.$$

С другой стороны, для диэлектриков $\vec{P} = \chi\epsilon_0\vec{E}$, где χ – диэлектрическая восприимчивость среды. Используя соотношение для электрического смещения $\vec{D} = \epsilon_0\vec{E} + \vec{P} = \epsilon\epsilon_0\vec{E}$, получим

$$\epsilon = 1 + \frac{N \cdot e^2}{\epsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (4)$$

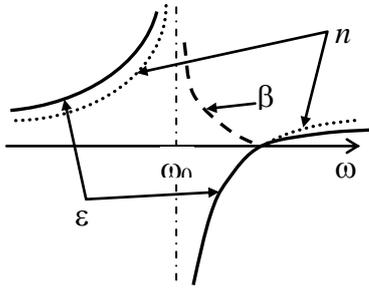
Из теории Максвелла следует, что показатель преломления выражается формулой

$$n = \sqrt{\epsilon\mu}, \quad (5)$$

где ϵ и μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости среды, соответственно. В немагнитных средах магнитная проницаемость μ равна единице, т.е. $n = \sqrt{\epsilon}$. Следовательно, показатель преломления принимает вид

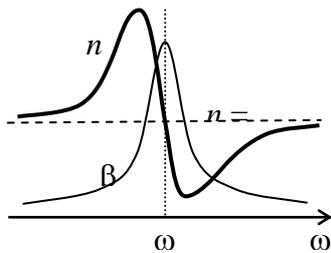
$$n^2 = 1 + \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (6)$$

Рассмотрим функциональную зависимость диэлектрической проницаемости среды от частоты падающей волны. При переходе через точку $\omega = \omega_0$ эта функция претерпевает скачок от $+\infty$ до $-\infty$. Показатель преломления n обращается в нуль на участке, где $\epsilon(\omega)$ принимает значение меньше нуля. **Показатель затухания** β колебаний в среде наоборот, на этом участке отличен от нуля и обращается в нуль при всех остальных частотах.



Величина β описывает именно затухание, а не поглощение волн.

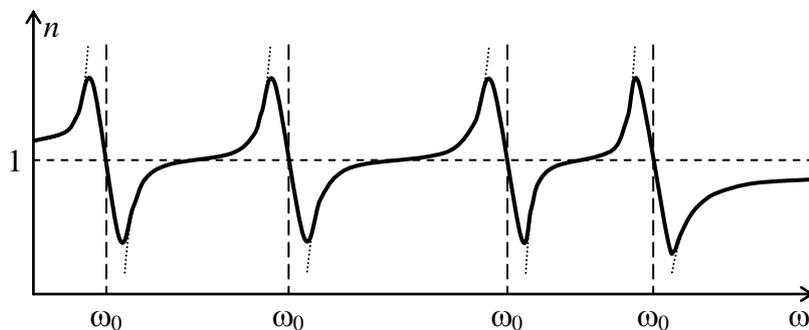
В действительности, при переходе через точку $\omega = \omega_0$ величины ϵ , n , β должны меняться непрерывно. Там, где поглощение невелико, показатель преломления $n(\omega)$ возрастает с частотой. В этом случае говорят о **нормальной** дисперсии. В области сильного поглощения показатель преломления уменьшается с возрастанием частоты. Такую дисперсию называют **аномальной**. Ее трудно наблюдать из-за сильного поглощения.



Теоретические соображения справедливы не только для электронов, но и для других частиц, входящих в состав вещества. Чтобы это учесть, в классической модельной теории принимается, что вещество состоит из частиц различного типа – электронов и ионов, которые ведут себя как затухающие гармонические осцилляторы с различными собственными частотами. Если пренебречь взаимодействием между частицами, то

$$n^2 = 1 + \sum_i \frac{N_i e_i^2}{\epsilon_0 m_i} \frac{1}{\omega_{0i}^2 - \omega^2}. \quad (7)$$

где N_i , m_i , e_i , ω_{0i} – концентрация, масса, заряд и собственная частота

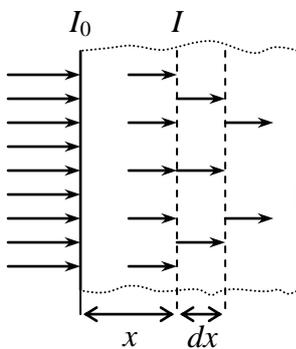


колебаний i -го элемента. Каждой собственной частоте соответствует своя линия поглощения. Тогда зависимость показателя преломления будет такой, как показано на рисунке.

12. Поглощение света

В предыдущем разделе 1 был рассмотрен процесс взаимодействия света с атомами вещества. В выражение колебательного движения электрона (1.2) входит слагаемое, определяющее затухание волны при взаимодействии с электроном. Это затухание, обусловленное излучением движущегося электрона, называют *естественным* затуханием.

Все описанные выше процессы относятся к атомам, на которые не действуют соседние частицы. В случае среды, состоящей из огромного числа атомов, надо принимать во внимание, что атом не только теряет энергию на излучение, но и получает энергию, излучаемую другими атомами. Если бы среда была оптически однородна, то эти два процесса в точности компенсировали бы друг друга. В отсутствие других причин затухания, колебание атома происходило бы без уменьшения амплитуды. Тогда плоская бегущая волна распространялась бы в среде без ослабления. Дело меняется при нарушении однородности среды. Однородность может нарушаться за счет появления посторонних частиц либо за счет тепловых флуктуаций, возникающих в среде. Однако, это не есть истинное поглощение. Истинное поглощение состоит в том, что энергия волны превращается в другие формы. Кроме того, ослабление волны, обусловленное излучением, слишком мало по сравнению с тем ослаблением, которое во многих случаях наблюдается в действительности.



Одна из причин поглощения света состоит в том, что атомы, внутри которых происходят колебания, совершая тепловое движение, претерпевают столкновения друг с другом. В основе классической теории дисперсии и поглощения лежат линейные уравнения. По этой причине показатели преломления n и затухания χ в этой теории постоянны, т.е. не зависят от интенсивности света.

Если световая волна движется в оптически однородной среде, то при прохождении слоя вещества толщиной dx она уменьшает свою интенсивность на величину dI . Так как среда однородна, то dI пропорциональна интенсивности света I , вошедшего в слой, и толщине слоя

$$dI = -I \cdot \alpha dx, \quad (1)$$

где α – коэффициент пропорциональности. Знак "-" указывает на то, что интенсивность света уменьшается. Разделяя переменные и интегрируя это выражение, получим

$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -\alpha \cdot \int_0^x dx.$$

Откуда

$$\ln I - \ln I_0 = -\alpha x \quad \text{или} \quad \ln(I/I_0) = -\alpha x.$$

Экспонируя данную зависимость, получаем выражение для интенсивности света, прошедшего слой вещества толщиной x

$$I = I_0 \cdot e^{-\alpha x}. \quad (2)$$

Коэффициент α называют **коэффициентом поглощения**. Коэффициент поглощения в общем случае зависит от длины волны. Формула (2) носит название **закона Бугера**. Сущность этого закона состоит в том, что для монохроматического света α не зависит от интенсивности света. У веществ, атомы которых взаимодействуют слабо, коэффициент поглощения для большинства длин волн близок к нулю. Лишь для очень узких спектральных областей $\alpha(\omega)$ обнаруживает резкие максимумы. Эти максимумы соответствуют резонансным частотам колебаний электронов внутри атомов.

Пьер Бугер (1698-1758) рассмотрел и вопрос о поглощении света средой, в которой плотность не везде одинакова. Результатом его исследований стало утверждение о том, что свет претерпевает равные изменения только тогда, когда он встречает равное количество способных поглощать частиц. Из этого утверждения следует, что для поглощения существенное значение имеет не толщина слоя, а масса вещества, находящегося в этом слое. Таким образом, коэффициент поглощения α зависит от концентрации вещества

$$\alpha = A \cdot C,$$

где C – концентрация вещества, а A – коэффициент, зависящий от свойств вещества и длины волны. Тогда, закон Бугера принимает вид

$$I = I_0 \cdot e^{-A \cdot C \cdot x}. \quad (3)$$

Выражение (3) носит название **закона Бугера-Ламберта-Бера**. Газы при высоких давлениях, а также жидкости и твердые тела дают широкие полосы поглощения. По мере повышения давления газов максимумы поглощения, первоначально очень узкие, все более расширяются. Расширение полос поглощения есть результат взаимодействия атомов друг с другом.

12. Поляризация света. Естественный и поляризованный свет. Поляризация при отражении и преломлении

При изучении явлений интерференции и дифракции вопрос о том, являются ли волны продольными или поперечными имел второстепенное значение. Если задано направление распространения электромагнитной волны, а также одного из ее векторов, например \vec{E} , то направление другого определяется однозначно. Однако, таких взаимно перпендикулярных направлений в плоскости, нормальной к направлению распространения света, бесконечное множество. Поэтому, при рассмотрении электромагнитных волн отдельно выделяют вопрос об ориентации в пространстве векторов \vec{E} и \vec{H} или **поляризации** волн. Волна называется **линейно-** или **плоско**

поляризованной, если \vec{E} все время лежит в одной плоскости, не меняющей своей ориентации в пространстве, в которой также расположен вектор \vec{k} . Эту плоскость будем называть **плоскостью поляризации**.

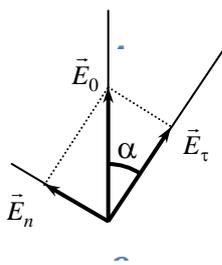
Кроме линейной поляризации выделяют также **эллиптическую поляризацию** электромагнитных волн. Волна называется **эллиптически поляризованной**, если в ней векторы \vec{E} и \vec{H} вращаются с частотой, равной частоте волны, так что их концы описывают эллипс.

В общем случае **электромагнитная волна называется поляризованной, если в ней направления векторов электрического и магнитного поля каким-либо образом упорядочены**.

Известно, что все световые волны излучаются атомами вещества. Каждый атом испускает свет лишь в течении очень короткого промежутка времени - $\sim 10^{-8}$ с. Такие порции волн называются **волновыми цугами**. Каждый отдельный волновой цуг является линейно поляризованной волной. Однако, так как реальные источники света излучают множество независимых друг от друга цугов, то в каждый момент времени \vec{E} , \vec{H} , \vec{k} хоть и остаются взаимно перпендикулярными, но направления \vec{E} и \vec{H} беспорядочно меняются с течением времени. Такой свет называют **естественным** или **неполяризованным**. Поляризованный свет получают при пропускании естественного света через специальные устройства, называемые **поляризаторами** или **поляроидами**. Поляризаторы можно применять и для исследования поляризации света. В этом случае их называют **анализаторами**. Действие поляризаторов чаще всего основано на том, что материал, из которого сделан прибор, сильно поглощает световые лучи, в которых вектор \vec{E} перпендикулярен определенному направлению, называемому **оптической осью**. Если же вектор \vec{E} параллелен оптической оси, то такие лучи проходят через поляризатор почти без поглощения.

Так как направления светового вектора в естественном свете равновероятны, то поляризатор поглотит, в среднем, половину энергии светового потока. Следовательно, интенсивность плоско поляризованного светового пучка вдвое меньше интенсивности естественного, из которого он был получен.

Если свет проходит через два поляризатора, поставленных друг к другу так, что их оси образуют между собой некоторый угол α , то интенсивность результирующего пучка еще более уменьшится. Пусть первый поляризатор пропустит свет, вектор \vec{E}_0 которого параллелен его оси OA .



Обозначим через I_0 интенсивность этого света. Разложим \vec{E}_0 на \vec{E}_τ и \vec{E}_n . Составляющая \vec{E}_n будет задержана вторым поляризатором. Через оба поляризоида пройдет свет, для которого $\vec{E} \equiv \vec{E}_\tau$, длина которого равна $E \cdot \cos \alpha$. Интенсивность света, прошедшего через оба поляризоида, определяется соотношением

$$I = I_0 \cdot \cos^2 \alpha, \quad (1)$$

называемым *законом Малюса*.

Величину, характеризующую поляризованность света, называют *степенью поляризации*. Она определяется по формуле

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (2)$$

где I_{\max} и I_{\min} – максимальная и минимальная интенсивности света, соответствующие двум взаимно перпендикулярным направлениям вектора \vec{E} . Для естественного света $I_{\max} = I_{\min}$, то есть степень поляризации такой волны равна нулю. Для плоско поляризованного света минимальное значение интенсивности $I_{\min} = 0$, следовательно, ее степень поляризации равна единице. Поляризация эллиптически поляризованного света зависит от соотношения длин полуосей эллипса.

Формальная теория отражения и преломления света строится на основе граничных условий, которым удовлетворяют векторы электромагнитного поля на границе двух сред. Она определяет величины, характеризующие отраженную и преломленную волны, но ничего не говорит о механизме возникновения этих волн.

Граничные условия состоят в том, что на границе раздела (в отсутствии поверхностных зарядов и токов) должны быть непрерывны тангенциальные составляющие векторов \vec{E} , \vec{H} и нормальные составляющие векторов \vec{D} , \vec{B} .

Все эти условия являются следствием макроскопических уравнений Максвелла в интегральной форме, а потому верны для всяких сред, пока последние можно рассматривать как сплошные. Используя граничные условия, в 1821 году Огюстен Жан Френель (1788–1827) получил выражения для комплексных амплитуд преломленной и отраженной волн. Приведем данные уравнения без вывода.

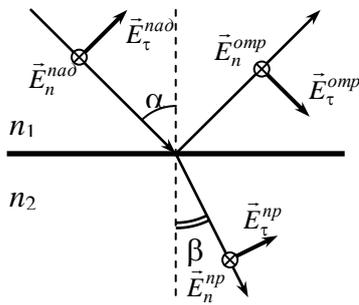
Представим каждую из трех волн (падающую, преломленную, отраженную) в виде наложения двух некогерентных волн, в одной из которых колебания совершаются в плоскости падения луча, а в другой – перпендикулярно этой плоскости. Комплексную амплитуду первой будем обозначать символом " τ ", второй – символом " n ". Падающую, преломленную и отраженную волны обозначим индексами " $na\partial$ ", " np ", " omp ", соответственно. Тогда формулы Френеля запишутся в виде

$$\begin{aligned} E_{\tau}^{omp} &= E_{\tau}^{na\partial} \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)}; & E_{\tau}^{np} &= E_{\tau}^{na\partial} \frac{2 \sin \beta \cdot \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta)}; \\ E_n^{omp} &= -E_n^{na\partial} \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}; & E_n^{np} &= E_n^{na\partial} \frac{2 \sin \beta \cdot \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}, \end{aligned} \quad (3)$$

где α – угол падения, β – угол преломления.

Формулы (3) устанавливают соотношения между комплексными амплитудами падающей преломленной и отраженной волн в точке падения луча на границу раздела двух диэлектриков. Если падающая волна была

линейно поляризована, то отраженная и преломленная волны будут также линейно поляризованы. При нормальном падении луча исчезает различие между волнами, поляризованными в плоскости падения и перпендикулярно ей.



Если $n_1 < n_2$ т.е. $\alpha > \beta$, то нормальная составляющая амплитуды отраженной волны меняет знак по сравнению соответствующей амплитудой падающей волны или $E_n^{omp} < 0$. Это означает, что отражение сопровождается скачкообразным изменением фазы на π . Если $n_1 > n_2$, т.е. $\alpha < \beta$, то $E_n^{omp} > 0$ – изменения фазы не происходит.

происходит.

При скользющем падении, когда α стремится к $\pi/2$, $E_\tau^{omp} \rightarrow E_\tau^{nad}$ и $E_n^{omp} \rightarrow E_n^{nad}$, тогда как $E_\tau^{np} \rightarrow 0$ и $E_n^{np} \rightarrow 0$. Таким образом, почти вся энергия, падающая на границу раздела, отражается от нее.

Как видно из формул (3), E_τ^{omp} никогда не обращается в ноль. Исключением является случай, когда $\alpha = \beta$, т.е. $n_1 = n_2$. Напротив, при $\alpha + \beta = \pi/2$ $tg(\alpha + \beta) = \infty$, т.е. $E_\tau^{omp} = 0$. Таким образом, если линейно поляризованная волна падает так, что вектор \vec{E} лежит в плоскости падения луча, то при некотором угле падения света отраженная волна исчезает. В этом состоит **закон Брюстера**. Соответствующий угол $\alpha_{Бр}$ называется **углом Брюстера**. Так как с одной стороны $\alpha + \beta = \pi/2$, а с другой, из закона преломления $\sin \alpha / \sin \beta = n_2 / n_1 = n_{21}$, то

$$\frac{\sin \alpha_{Бр}}{\sin \beta_{Бр}} = \frac{\sin \alpha_{Бр}}{\sin(\pi/2 - \alpha_{Бр})} = \frac{\sin \alpha_{Бр}}{\cos \alpha_{Бр}} = n_{21}.$$

Таким образом,

$$tg \alpha_{Бр} = n_{21}. \quad (4)$$

Если неполяризованный свет падает под углом Брюстера, то отраженный свет будет линейно поляризован в плоскости, перпендикулярной плоскости падения луча. Степень поляризации преломленного луча максимальна, однако он поляризован только частично. Если угол падения света отличен от 0 и от $\alpha_{Бр}$, то отраженный и преломленный лучи поляризованы частично. В отраженном луче преобладают колебания, перпендикулярные плоскости падения, в преломленном – преобладают колебания, параллельные плоскости падения луча.