

Квантовая оптика

1. Равновесное излучение

С точки зрения классической теории, излучение телами электромагнитных волн происходит в результате колебания электрических зарядов, входящих в состав вещества. При этом колебания ионов соответствуют излучению волн с низкими частотами (инфракрасное излучение), а излучение электронов, входящих в состав атомов, может иметь высокие частоты (видимое и ультрафиолетовое излучение).

Излучение тела сопровождается потерей энергии, которую необходимо пополнять для того, чтобы поддерживать процесс излучения более или менее длительное время. В зависимости от способа пополнения энергии выделяют различные виды излучения, называемые также *люминесценцией*, такие как химическая, фото-, электролюминесценция и другие. Особое место среди всех видов излучения занимает *тепловое излучение*. В этом случае пополнение энергии атомов происходит путем передачи телу теплоты.

Тепловое излучение, в отличие от других видов, является *равновесным*. Для уяснения этого понятия рассматривают несколько тел, помещенных внутри полости, стенки которой неподвижны и непрозрачны. Также предполагают, что температура стенок постоянна. Если тела внутри полости, включая стенки, обладают температурой выше абсолютного нуля, то они излучают энергию в виде электромагнитного излучения. Эта энергия передается другим телам внутри системы, которые, приняв ее, пополняют запасы внутренней энергии. Также это излучение может частично отражаться. В результате таких процессов в полости рано или поздно установится вполне определенное состояние излучения, при котором *за каждый промежуток времени количество излученной энергии определенной длины волны в среднем будет равно поглощенной энергии той же длины волны*. Это состояние системы излучающих тел и называется *равновесным*. Оно не зависит от формы и материала полости, а также и тел, находящихся внутри нее. Особенности равновесного излучения состоят в том, что оно *однородно, изотропно и не поляризовано*.

Введем величины, характеризующие состояние излучения. Эти величины имеют смысл для произвольного излучения, а не только для равновесного. Обозначим символом w энергию, волн в единице объема пространства (плотность энергии). Ее можно разложить по частотам или длинам волн и представить в виде интеграла

$$w = \int_0^{\infty} w_{\omega} d\omega = \int_0^{\infty} w_{\lambda} d\lambda. \quad (1.1)$$

Величины w_{ω} и w_{λ} , называют *спектральной плотностью излучения*. Они имеют смысл объемной плотности энергии в интервале частот (ω ; $\omega+d\omega$) или длин волн (λ ; $\lambda+d\lambda$). Можно записать

$$w_\omega = \frac{dw}{d\omega},$$

где dw есть плотность энергии волн, лежащих в интервале частот $[\omega, \omega + d\omega]$ или

$$w_\lambda = \frac{dw}{d\lambda}$$

где dw есть плотность энергии волн, лежащих в интервале длин волн $[\lambda, \lambda + d\lambda]$. Если речь идет о равновесном излучении, функция w_ω (или w_λ) зависит только от ω (от λ) и температуры тела T . Основная задача теории теплового излучения состоит в определении этой функции.

Для теплового излучения с открытой поверхности тела спектральное излучение зависит не только от температуры, но и от материала тела. Для количественной характеристики этого спектрального распределения вводят понятие **излучательной способности тела** R_ω (R_λ). Излучательная способность тела – это энергия, излучаемая единицей поверхности нагретого тела за единицу времени, приходящаяся на единицу спектрального интервала частот (или длин волн), т.е.

$$R_\omega = \frac{d\Phi}{d\omega}; \quad R_\lambda = \frac{d\Phi}{d\lambda}, \quad (1.2)$$

где $d\Phi$ – энергия, излучаемая единицей поверхности нагретого тела за единицу времени, приходящаяся на диапазон частот $[\omega, \omega + d\omega]$ или длин волн $[\lambda, \lambda + d\lambda]$. Полная энергия, излученная единицей поверхности за единицу времени на всех частотах или на всех длинах волн называют **энергетической светимостью** поверхности R

$$R = \int_0^\infty R_\omega d\omega = \int_0^\infty R_\lambda d\lambda. \quad (1.3)$$

Между $R_\omega = \frac{d\Phi}{d\omega}$ и $R_\lambda = \frac{d\Phi}{d\lambda}$ можно установить связь, учитывая связь между

ω и λ : $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$. Тогда из равенства $R_\omega d\omega = -R_\lambda d\lambda$ (знак минус следует из того, что при $d\omega > 0$ мы имеем $d\lambda < 0$) следует

$$R_\lambda = R_\omega \frac{d\omega}{d\lambda} = R_\omega \frac{2\pi c}{\lambda^2}.$$

Можно также показать, что при равновесном состоянии излучающих тел между излучательной способностью и спектральной плотностью излучения имеется связь (см., например, учебник Савельева)

$$R_\omega = \frac{c}{4} w_\omega; \quad R_\lambda = \frac{c}{4} w_\lambda. \quad (1.4)$$

2. Закон Кирхгофа. Абсолютно черное тело

Одновременно с излучением энергии тело может поглощать излучение, падающее на него. В дальнейших рассуждениях будем ограничиваться частным случаем, когда тело непрозрачно, то есть толщина тела достаточна, чтобы всякая волна, падающая на него, поглотилась, не достигнув противоположной стенки.

Поглощательной способностью тела A_ω (A_λ) называется безразмерная величина, показывающая, какая доля энергии падающего излучения поглощается рассматриваемой поверхностью. Мы будем придерживаться той точки зрения, что величины R_ω и A_ω будут характеристиками только самого тела, не зависящими от окружающей среды. При прочих равных условиях они зависят только от температуры самого тела. Обозначим $\Phi_\omega = \frac{d\Phi}{d\omega}$ энергию излучения попавшую на единичную площадку тела за единицу времени в единичном интервале частот. Часть этой энергии $A_\omega \Phi_\omega$ поглощается телом. Остальная часть $(1 - A_\omega) \cdot \Phi_\omega$ отражается и рассеивается. Полная энергия, излучаемая телом, складывается из отраженной энергии, а также собственной излучательной способности R_ω . Так как излучение равновесное, то

$$(1 - A_\omega) \cdot \Phi_\omega + R_\omega = \Phi_\omega,$$

откуда

$$\frac{R_\omega}{A_\omega} = \Phi_\omega. \quad (2.1)$$

Из формулы (2.1) можно сделать вывод: для равновесного излучения каждая из величин A_ω и R_ω может изменяться при переходе от одного тела к другому, но отношение $\frac{R_\omega}{A_\omega}$ является универсальной функцией, не зависящей от материала тела. Максимальное значение, которое может принимать величина A_ω , равно единице. Кирхгоф назвал тела, у которых $A_\omega = 1$ во всем интервале частот и температур, **абсолютно черными** или **абсолютно поглощающими**. Излучательную и поглощательную способность абсолютно черного тела обозначают r_ω и a_ω , соответственно. Тогда $a_\omega = 1$ и мы имеем

$$\frac{R_\omega}{A_\omega} = \frac{r_\omega}{a_\omega} = r_\omega. \quad (2.2)$$

Выражение (2.2) описывает **закон Кирхгофа**. Закону Кирхгофа можно дать следующую формулировку: **отношение излучательной способности тела к его поглощательной способности есть универсальная функция частоты и температуры тела, равная излучательной способности абсолютно черного тела**. Из закона Кирхгофа следует, что излучательная способность тем больше, чем больше его поглощательная способность. Из него также следует, что всякое тело при данной температуре излучает лучи

преимущественно тех длин волн, которые оно при той же температуре сильнее поглощает.

Следует отметить, что абсолютно черных тел в природе не встречается. Такая модель является физической абстракцией подобно материальной точке или гармонической волне. Однако, существуют объекты, которые с достаточной достоверностью можно назвать черными. Это всем известные сажа и "черные дыры". Хорошим приближением к черному телу можно считать отверстие в стенке замкнутой полости с непрозрачными стенками. Тела с поглощательной способностью меньше единицы называются *серыми*.

3. Законы теплового излучения

На основании экспериментальных данных Йозеф Стефан (1835-1893) в 1879 году пришел к заключению, что излучательная способность абсолютно черного тела прямо пропорциональна четвертой степени температуры

$$R = \int_0^{\infty} r_{\omega} d\omega = \sigma \cdot T^4. \quad (3.1)$$

В 1884 году Людвиг Больцман (1844-1906) вывел это соотношение теоретически. Он использовал выражение, описывающее давление изотропного излучения, вытекающее из электродинамики Максвелла, а также учитывая термодинамические соображения. Постоянная пропорциональности $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2\text{К}^4$ получила название *постоянной Стефана-Больцмана*, а выражение (3.1) – *законом Стефана-Больцмана*.

Следующий важный шаг в изучении равновесного излучения сделал Вильгельм Вин (1864-1928) в 1893 году. Рассматривая адиабатическое сжатие равновесного излучения в полости с идеальными зеркальными стенками, и, учитывая изменение частоты при отражении от поверхности движущегося зеркала, Вин показал, что *спектральная плотность должна иметь вид*

$$w_{\omega,T} = \omega^3 f(\omega/T). \quad (3.2)$$

Это соотношение, получившее название *закона Вина*, сводит задачу нахождения функции двух аргументов ω и T к задаче нахождения функции одного аргумента ω/T . Хотя и в законе Вина вид функции $w_{\omega,T}$ далеко не явный, но из него вытекают некоторые следствия. Мы рассмотрим два из них.

Следствие 1. Длина волны, соответствующая максимуму излучательной способности, обратно пропорциональна абсолютной температуре. Запишем закон Вина для длин волн. Количество энергии в определенном спектральном интервале, конечно, не зависит от выбора шкалы, поэтому w_{ω} и w_{λ} связаны друг с другом соотношением $w_{\lambda} d\lambda = -w_{\omega} d\omega$. Диапазоны длин волн $d\lambda$ и частот $d\omega$ определяются функциональной зависимостью $\omega = 2\pi c/\lambda$, из

которой следует

$$d\omega = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} d\lambda.$$

Следовательно,

$$w_{\lambda,T} = \frac{2\pi c}{\lambda^2} \cdot w_{\omega,T} = \frac{16\pi^4 c^4}{\lambda^5} f'(c/\lambda T).$$

Чтобы найти максимум этой функции необходимо продифференцировать ее и приравнять к нулю. Тогда,

$$\frac{dw_{\lambda,T}}{d\lambda} = -5 \frac{16\pi^4 c^4}{\lambda_{\max}^6} f' - \frac{16\pi^4 c^4}{\lambda_{\max}^5} \frac{df'}{d\lambda} \frac{c}{\lambda_{\max}^2 T} = 0 \quad \text{или} \quad 5f' + \frac{c}{\lambda_{\max} T} \frac{df'}{d\lambda} = 0.$$

Обозначая $x = \lambda T$ последнее уравнение можно записать в виде

$$5f'\left(\frac{c}{x}\right) + \frac{c}{\lambda_{\max} T} \frac{d}{dx} f'\left(\frac{c}{x}\right) = 0.$$

Неизвестной в этом уравнении является переменная x , следовательно его решение есть $x = b$, $b = const$, и ли $\lambda T = b$.

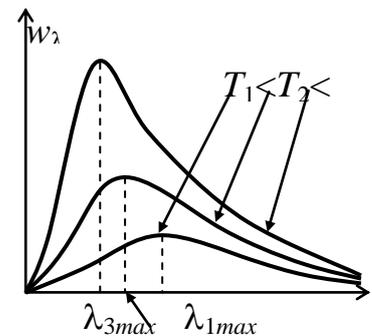
Таким образом мы получаем

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \quad b = const. \quad (3.3)$$

Значение константы $b = 2,9 \cdot 10^{-3}$ м · К было определено из опытных данных.

Соотношение (3.3) получило название **закона смещения Вина**.

Измеряя распределение по длинам волн интенсивности излучения из отверстия в полости, Отто Люммер (1860-1925) и Эрнст Прингсгейм (1859–1917) экспериментально показали, что при некотором значении длины волны λ_{\max} кривая $w_{\lambda,T}$ имеет ярко выраженный максимум. С увеличением температуры максимум смещается в сторону более коротких волн. Экспериментальная проверка, предпринятая Люммером и Прингсгеймом, показала, что формула Вина соответствует действительности лишь в области коротких волн и совершенно неверна для более длинных волн.



Следствие 2. Закон Вина (3.2) включает в себя, как следствие, закон Стефана-Больцмана. Действительно,

$$R = \frac{c}{4} \int_0^{\infty} w_{\omega,T} d\omega = \frac{c}{4} \int_0^{\infty} \omega^3 f(\omega/T) d\omega.$$

Введя новую переменную $x = \omega/T$, получим

$$R = \frac{c}{4} T^4 \int_0^{\infty} x^3 f(x) dx = \sigma T^4.$$

Необходимо также отметить, что закон Вина справедлив при больших частотах и низких температурах.

Законы Стефана-Больцмана и Вина не дают полного понимания о распределении энергии излучения черного тела. Общий метод теоретического определения функции $w_{\omega,T}$ был предложен Джоном Рэлеем (1842-1919) и развит Джеймсом Джинсом (1877-1946). Рэлей и Джинс применили к равновесному излучению в полости теорему классической статистической механики о равномерном распределении кинетической энергии по степеням свободы и получили формулу (вывод см. в учебнике Савельева)

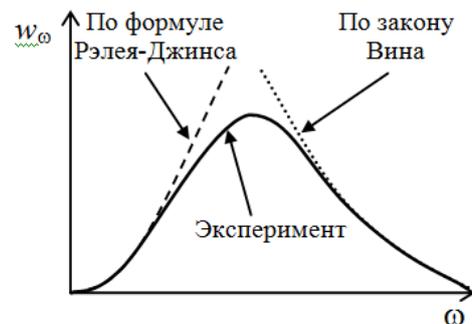
$$w_{\omega,T} = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} kT, \quad (3.4)$$

где c – скорость света в вакууме. Соотношение (3.4) называют **формулой Рэля-Джинса**. Она согласуется с формулой Вина.

В длинноволновой области, то есть при маленьких ω , формула Рэля-Джинса хорошо согласуется с экспериментом. Но при увеличении ω обнаруживается резкое расхождение с экспериментом. Действительно,

$$w = \int_0^{\infty} w_{\omega,T} d\omega = \frac{kT}{\pi^2 c^3} \int_0^{\infty} \omega^2 d\omega = \infty.$$

Равенство излучательной способности бесконечной величине означает, что равновесие между телом и его излучением установится только при температуре, равной абсолютному нулю. Этот вывод противоречит опыту, так как тела находятся в равновесии с излучением при произвольной, отличной от нуля температуре. Данное несоответствие было названо **ультрафиолетовой катастрофой**. Причиной ультрафиолетовой катастрофы явилось то, что излучение в полости имеет бесконечное число степеней свободы. Тогда как вещество всегда имеет конечное число степеней свободы.



4. Формула Планка

В 1900 году Макс Планк (1858-1947) получил формулу для функции $w_{\omega,T}$ равновесного излучения, хорошо согласующуюся с опытом при всех частотах. Планк предположил, что **свет может излучаться только порциями (квантами), энергия которых ε пропорциональна частоте световой волны**. Планк также предложил формулу для энергии кванта

$$\varepsilon_0 = \hbar\omega, \quad (4.1)$$

где \hbar – постоянная, названная **постоянной Планка**. В результате, Планк получил выражение для спектральной плотности равновесного излучения в виде

$$w_{\omega,T} = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2c^3} \cdot \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}. \quad (4.2)$$

Формула (4.2) получила название **формулы Планка**. Заметим, что сам Планк пользовался не постоянной \hbar , а постоянной $h \equiv 2\pi\hbar = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

Формула Планка хорошо согласуется с экспериментом при всех частотах и температурах. Для малых частот и высоких температур $\hbar\omega/kT \ll 1$. Тогда экспоненту в формуле Планка можно разложить в ряд

$$e^{\hbar\omega/kT} \approx 1 + \frac{\hbar\omega}{kT},$$

после чего она принимает вид формулы Рэля-Джинса

$$w_{\omega,T} \approx \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2c^3} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\hbar\omega}{kT} - 1} = \frac{\omega^2}{\pi^2c^3} \cdot kT.$$

5. Фотон

В природе существуют процессы, которые волновая оптика объяснить не может. При рассмотрении излучения черного тела Планку достаточно было предположить, что излучение происходит порциями (квантами). Однако, возникает вопрос: если излучение световых волн квантовано, то как же происходит поглощение и распространение света? Альберт Эйнштейн (1879-1955) предположил, что свет не только излучается, но и распространяется порциями. Причем каждая порция (квант) ведет себя как дискретная частица. Такие частицы были названы **фотонами**.

С современной точки зрения **фотон - безмассовая элементарная частица, квант электромагнитного излучения и переносчик электромагнитного взаимодействия**.

Непосредственное подтверждение гипотезы Эйнштейна дал опыт Вальтера Боте (1891–1957). Тонкая фольга помещалась между двумя регистрирующими устройствами. Фольга облучалась слабым пучком рентгеновских лучей. От регистрирующих устройств импульс передавался на особый механизм, делавший отметки на движущейся ленте. Если бы энергия распространялась по всем направлениям равномерно, то оба счетчика срабатывали бы одновременно. Однако, отметки на ленте были не одна против другой, а располагались беспорядочно.

В основе квантовой теории света лежит формула, связывающая энергию фотона и частоту колебаний световой волны

$$E = h\nu = \hbar\omega.$$

Фотон всегда движется со скоростью света и имеет нулевую массу покоя $m = 0$. Несмотря на то, что фотон постоянно находится в движении, для него, строго говоря, неприменимо понятие релятивистской массы, поскольку формулы специальной теории относительности для релятивистской массы

$$m_{\text{рел}} = m \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad \text{и для энергии} \quad E = m_{\text{рел}} c^2, \quad \text{выраженной через}$$

релятивистскую массу $m_{\text{рел}}$ не применимы к частицам, движущимся со скоростью света. Отметим, что в специальной теории относительности, в отличие от механики Ньютона, мерой инерции является не масса тела $m_{\text{рел}}$, а его полная энергия E , а импульс тела \vec{p} связан с его скоростью \vec{v} не соотношением Ньютона $\vec{p} = m\vec{v}$, а соотношением

$$\vec{p} = \frac{E}{c^2} \vec{v}.$$

Кроме того, для любой частицы с энергией E , импульсом p и массой покоя m справедливо соотношение

$$E^2 - c^2 p^2 = m^2 c^4.$$

Применительно к фотону мы получаем

$$\vec{p} = \frac{E}{c} \vec{n} = \frac{h\nu}{c} \vec{n} = \frac{\hbar\omega}{c} \vec{n},$$

где \vec{n} - единичный вектор, указывающий направление движения фотона. Абсолютная величина импульса фотона равна

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{\hbar\omega}{c}.$$

Используя выражение для волнового вектора $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{n}$, где \vec{n} - единичный вектор, указывающий направление движения фотона, выражение для импульса фотона можно записать в векторной форме

$$\vec{p} = \frac{h\nu}{c} \vec{n} = \frac{\hbar\omega}{c} \vec{n} = \hbar \cdot \vec{k}.$$

6. Внешний фотоэффект

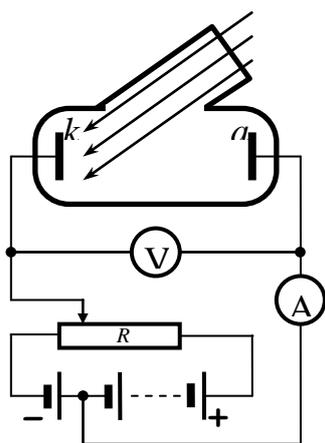
Одним из явлений, подтверждающих гипотезу о существовании фотонов, является **фотоэлектрический эффект** (коротко **фотоэффект**). Впервые фотоэффект наблюдал Генрих Герц (1857-1894). Он обнаружил, что при освещении ультрафиолетовым светом отрицательного электрода, находящегося под напряжением, наблюдается проскакивание искры между электродами. Сущность явления, обнаруженного Герцем, состоит в том, что при освещении ультрафиолетовыми лучами отрицательно заряженного металлического тела, оно теряет отрицательный заряд (**фотоэлектронная эмиссия** или **внешний фотоэффект**). При освещении такими же лучами

положительно заряженного тела, потеря заряда не наблюдается, из чего следует вывод, что теряются электроны.

Таким образом, **внешний фотоэффект**, открытый Герцем, состоит в **вырывании электронов из поверхностного слоя вещества действием электромагнитного излучения (света)**.

Кроме внешнего фотоэффекта, различают также **внутренний фотоэффект**. **Внутренний фотоэффект** – это вызванные электромагнитным излучением (светом) переходы электронов внутри полупроводника или диэлектрика из связанных состояний в свободные без вылета наружу.

Внешний фотоэффект сильно зависит от состояния поверхности вещества. Кроме того, чтобы получить однозначные результаты при исследовании фотоэффекта, опыты лучше производить в хорошем вакууме. Электроны, вырванные под действием света, называются **фотоэлектронами**. Фотоэлектрическими свойствами обладают как металлы, так и диэлектрики, полупроводники и электролиты. Первым систематически исследовал фотоэффект Александр Григорьевич Столетов (1839—1896). Принципиальная схема экспериментов для изучения фотоэффекта состоит из вакуумной двухэлектродной лампы,

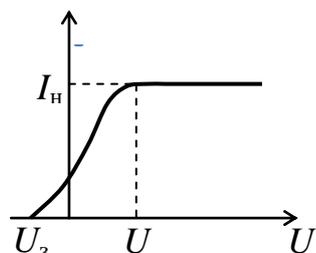


источника постоянного тока, переменного сопротивления, амперметра и вольтметра. На катод вакуумной двухэлектродной лампы через кварцевое стекло падает ультрафиолетовый свет, при этом вырванные с катода светом электроны под действием разности потенциалов движутся в направлении анода и в цепи лампы возникает электрический ток. На основе проведенных исследований Столетов пришел к следующим выводам:

1. наибольшее действие оказывают ультрафиолетовые лучи;
2. сила тока на амперметре возрастает с увеличением освещенности пластины;
3. испускаемые под действием света заряды имеют отрицательный знак.

Если при постоянной интенсивности света и частоте падающего света увеличивать напряжение между анодом и катодом, то сила фототока перестает расти после некоторого значения напряжения U_n . Значение I_n , соответствующее U_n , называют **током насыщения**. Насыщение достигается тогда, когда все электроны, вырванные в единицу времени с поверхности катода, достигают анода за единицу времени. При некотором значении напряжения U_3 , фототок совсем исчезает. При этом значении разности потенциалов энергии, сообщенной электронам, не хватает, чтобы покинуть катод и долететь до анода. U_3 – называют **задерживающим напряжением**. **Задерживающее напряжение** – это минимальное обратное напряжение между анодом и катодом, при котором фототок равен нулю.

Можно было бы попытаться дать качественное объяснение фотоэффекта с волновой точки зрения. Свободные электроны, имеющиеся в металле, удерживаются в нем задерживающим полем атомов. Работа, которую нужно совершить, чтобы вывести электрон из металла, составляет несколько электрон-вольт. В электромагнитном поле световой волны электрон приходит в колебательное движение. Когда энергия колебаний делается достаточно большой, электрон может преодолеть задерживающее поле и покинуть металл. Если же электрон связан, то все будет происходить аналогично.



Однако, такое объяснение не согласуется с опытом. Во-первых, кинетическая энергия электрона должна быть тем больше, чем больше интенсивность падающего света. Но опыты показали, что максимальная скорость фотоэлектронов определяется только частотой падающего света. Во-вторых, по классической волновой теории фотоэффект должен происходить с запаздыванием, так как для накопления энергии колебаний требуется определенное время. Но опыт показывает, что фототок появляется одновременно с появлением света.

Корпускулярная теория света устраняет трудности при описании фотоэффекта. Согласно ей при столкновении фотона и электрона фотон отдает всю энергию электрону и прекращает свое существование. Другими словами, электрон приобретает энергию в результате единичного акта столкновения. Энергия, полученная электроном, может расходоваться на отрыв электрона от атома и выход электрона из вещества. Если при этом электрон был свободным, а при вылете не сталкивался с другими частицами вещества и не расходовал энергию на тепло, то энергия электрона тратилась только на преодоление задерживающих сил. Минимальную энергию, которая требуется электрону для выхода из металла, называют **работой выхода**. Из закона сохранения энергии следует

$$h\nu = \frac{mV_{\max}^2}{2} + A_{\text{вых}}.$$

где $A_{\text{вых}}$ – работа выхода, а первое слагаемое в правой части равенства характеризует кинетическую энергию электрона, которая в данном случае будем максимальной. Эта формула носит название формулы Эйнштейна.

Из формулы Эйнштейна вытекают несколько следствий, находящихся в строгом согласии с опытом и названных **законами внешнего фотоэффекта** или **законами Столетова**:

1. максимальная кинетическая энергия электронов зависит от частоты падающего света и не зависит от его интенсивности;
2. интенсивность света оказывает влияние только на количество вырванных электронов, но не влияет на максимальную кинетическую энергию фотоэлектрона;

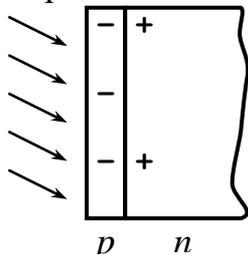
3. существует минимальная частота падающего света, при которой фотоэффект еще наблюдается (*красная граница фотоэффекта*).

Первые два следствия элементарно объясняются корпускулярной теорией света. Так как фотон поглощается электроном в результате единичного акта столкновения, и вероятность столкновения одного и того же электрона с другим фотоном мала, то энергия, полученная электроном, зависит от энергии падающих на катод фотонов, то есть от их частоты. По той же самой причине количество выбитых фотоэлектронов пропорционально плотности фотонного потока, то есть интенсивности света. Что касается третьего следствия, то достаточно предположить, что существует такая частота ν_0 , при которой энергия падающих фотонов равняется энергии выхода электронов из катода $h\nu_0 = A$. Если $\nu < \nu_0$, то $h\nu < A$, то есть энергии, полученной электроном от фотона, недостаточно, для того чтобы преодолеть притяжение ионного остова катода.

Фотоэффект нашел свое применение в технике. Одно из них состоит в получении рентгеновских лучей при обратном фотоэффекте. Для рентгеновских лучей энергия светового кванта $h\nu$ велика по сравнению с работой выхода A . В этом случае величиной A в формуле Эйнштейна можно пренебречь

$$\frac{mV_{\max}^2}{2} \approx h\nu.$$

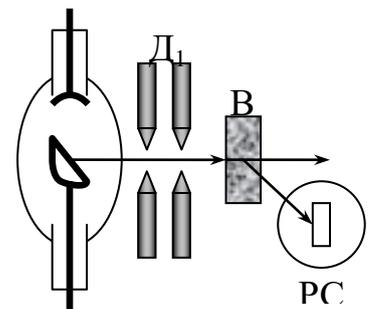
Практически процесс получения рентгеновских лучей таков: между электродами вакуумной лампы создают разность потенциалов U . В результате термоэлектронной эмиссии электроны покидают катод и направляются к аноду. При попадании на анод электроны тормозятся полем материала анода и излучают энергию в виде квантов. Энергия фотонов, а, следовательно, и частота рентгеновских лучей пропорциональна разгоняющей разности потенциалов



$$\nu \approx \frac{eU}{h}.$$

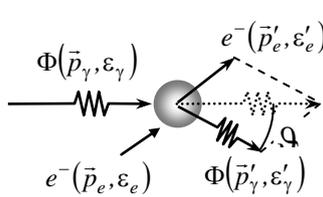
7. Эффект Комптона

В 1922 году Артур Комптон (1892-1962) открыл явление, которое, как и фотоэффект, связано с корпускулярными свойствами света. Комптон изучал рассеяние жесткого рентгеновского излучения на телах, состоящих из легких атомов. При этом он обнаружил, что в рассеянных лучах, наряду с излучением первоначальной длины волны λ , содержатся также лучи большей длины волны λ' . Разность длин волн $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ оказалась зависящей только от угла рассеяния. Изменение длины волны получило название *комптоновского смещения*, а само явление – *эффект Комптона*. Схема



опытов Комптона представлена на рисунке. Узкий пучок рентгеновских лучей, выделяемый диафрагмами D_1 и D_2 , рассеивается веществом (В) с легкими атомами (углерод, парафин и т.д.). Рассеянный свет изучается на рентгеновском спектрографе (РС).

С точки зрения волновой теории, возникновение излучения с длиной волны λ' невозможно. Однако, такое изменение не вызывает непонимания, если рассматривать его с корпускулярной точки зрения. Рассмотрим упругое



столкновение свободного электрона $e^-(\vec{p}_e, \varepsilon_e)$ с рентгеновским фотоном $\Phi(\vec{p}_\gamma, \varepsilon_\gamma)$. При этом будем предполагать, что электрон покоится. Такое предположение обосновано тем, что скорость движения электронов в веществе мала по сравнению со скоростью света. Энергия и импульс фотона до и после столкновения имеют вид: $p_\gamma = h\nu/c$, $\varepsilon_\gamma = h\nu$ и $p'_\gamma = h\nu'/c$, $\varepsilon'_\gamma = h\nu'$. Энергия и импульс электрона до и после столкновения соответственно: $p_e = 0$, $\varepsilon_e = m_0c^2$ и $p'_e = m\nu$, $\varepsilon'_e = mc^2$. Согласно законам сохранения энергии и импульса

$$\begin{cases} \vec{p}_\gamma = \vec{p}'_\gamma + \vec{p}'_e; \\ \varepsilon_\gamma + \varepsilon_e = \varepsilon'_\gamma + \varepsilon'_e. \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} \vec{p}_\gamma - \vec{p}'_\gamma = \vec{p}'_e; \\ \varepsilon_\gamma - \varepsilon'_\gamma = \varepsilon'_e - \varepsilon_e. \end{cases} \quad (7.1)$$

В законе сохранения импульса необходимо избавиться от векторов. Возведя уравнение $\vec{p}'_e = \vec{p}_\gamma - \vec{p}'_\gamma$ в квадрат мы получим

$$p_e'^2 = p_\gamma'^2 + p_\gamma^2 - 2p'_\gamma p_\gamma \cos \vartheta,$$

где ϑ - угол между направлением движения начального и рассеянного фотона. Тогда система уравнений примет вид

$$\begin{cases} \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h^2}{c^2}\nu\nu' \cos \vartheta = (m\bar{v})^2; \\ h\nu - h\nu' = mc^2 - m_0c^2, \end{cases} \quad (7.2)$$

где $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ - релятивистская масса электрона.

Возведем второе уравнение системы (7.2) в квадрат и поделим на c^2

$$\left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h^2}{c^2}\nu\nu' = \frac{1}{c^2}(m^2c^4 + m_0^2c^4 - 2mm_0c^4). \quad (7.3)$$

Вычтем из полученного уравнения (7.3) первое уравнение системы (7.2)

$$-2\frac{h^2}{c^2}\nu\nu'(1 - \cos \vartheta) = \frac{1}{c^2}(m^2c^4 + m_0^2c^4 - 2mm_0c^4 - m^2v^2c^2).$$

Сокращая на c^2 получим:

$$-2h^2\nu\nu'(1 - \cos \vartheta) = m^2c^4 + m_0^2c^4 - 2mm_0c^4 - m^2v^2c^2$$

Воспользуемся соотношением специальной теории относительности

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \text{ из которой следует, что } m^2 = \frac{m_0^2c^2}{c^2 - v^2}. \text{ Тогда,}$$

$$m^2c^4 - m^2v^2c^2 = m^2c^2(c^2 - v^2) = \frac{m_0^2c^4(c^2 - v^2)}{c^2 - v^2} = m_0^2c^4,$$

следовательно,

$$-2h^2\nu\nu'(1 - \cos \vartheta) = 2m_0^2c^4 - 2mm_0c^4$$

или

$$\nu\nu'h^2(1 - \cos \vartheta) = mm_0c^4 - m_0^2c^4 = m_0c^2(mc^2 - m_0c^2).$$

С учетом второго уравнения (7.2)

$$h\nu - h\nu' = mc^2 - m_0c^2$$

имеем

$$\nu\nu'h^2(1 - \cos \vartheta) = m_0c^2(h\nu - h\nu')$$

Поделив это уравнение на hm_0c^2h , получим

$$\nu - \nu' = \frac{\nu\nu'h}{m_0c^2}(1 - \cos \vartheta).$$

Таким образом, полученное выражение определяет зависимость изменения частоты световой волны при рассеянии на электронах. Однако, удобнее выражать изменение не частоты, а длины волны ($\nu = c/\lambda$, $\nu' = c/\lambda'$)

$$\frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda'} = \frac{h \cdot \frac{c}{\lambda} \cdot \frac{c}{\lambda'}}{m_0c^2}(1 - \cos \vartheta) \quad \text{или} \quad \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda\lambda'} = \frac{h}{m_0c\lambda\lambda'}(1 - \cos \vartheta);$$

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos \vartheta). \quad (7.4)$$

Величину $\lambda_c \equiv h/m_0c$ называют **комптоновской длиной волны**, а уравнение (7.4) принимает вид

$$\Delta\lambda = \lambda_c(1 - \cos \vartheta) = 2\lambda_c \sin \frac{\vartheta}{2}. \quad (7.5)$$

Формула (7.5) показывает, что рассеяние фотонов на неподвижных свободных электронах должно всегда сопровождаться увеличением длины волны. Однако, кроме этого происходит рассеяние без изменения длины волны. Это происходит, когда фотон рассеивается на связанных электронах. В этом случае импульс и энергия передаются всему атому. Вследствие того, что масса атома велика, λ_c будет мала, а с ней и $\Delta\lambda$ будет очень маленькой.

Чем больше энергия налетающего фотона, тем в меньшей степени проявляется связь электрона с ядром. Вот почему для эффекта Комптона необходимо использовать жесткие рентгеновские лучи. Однако, когда $\varepsilon_\gamma > 2m_0c^2$, при взаимодействии его с веществом начинается процесс образования электрон-позитронных пар. Отметим также, что рассеяние фотонов на атомах когерентно, а на свободных электронах некогерентно. Это очевидно, поскольку свободные электроны и их движения независимы, а связанные согласованы между собой.

8. Давление света

Как любая частица, фотон при взаимодействии с некоторой поверхностью должен обмениваться с ней не только энергией, но и импульсом, то есть оказывать на нее давление. Световое давление было впервые обнаружено экспериментально и измерено Петром Николаевичем Лебедевым (1866-1912). Прибор Лебедева состоял из легкого подвеса на тонкой нити, по краям которого были прикреплены тонкие и легкие лепестки. Один из них был зачернен, а другой оставлен блестящим. Подвес помещался в сосуд, из которого откачивали воздух. Таким образом, получались очень чувствительные крутильные весы. Свет от дуговой лампы с помощью системы линз и зеркал концентрировался на одном из лепестков и вызывал закручивание подвеса. О давлении света можно было судить по величине закручивания подвеса.

Главными трудностями в опытах Лебедева являлись действие конвекционных потоков и наличие радиометрического действия. Данные помехи могут в сотни раз превосходить действие света. Конвекционные потоки закручивают подвес, если лепестки расположены не вертикально, а несколько наклонены. Так как действие конвекционных потоков не зависит от направления падающего света, то Лебедев исключал его с помощью изменения направления освещенности. Радиометрическое действие возникает в разреженном газе вследствие разности температур освещенной и неосвещенной сторон лепестка. Молекулы газа отражаются от более теплой стороны с большей скоростью, и крутильные весы поворачиваются в том же направлении, что и под действием светового давления. Радиометрическое действие можно уменьшить, используя очень тонкие металлические лепестки, а также создавая более высокий вакуум. Когда свет направлен на блестящий лепесток, то он вызывает большее закручивание подвеса. Радиометрическое действие наоборот, больше при освещении зачерненного лепестка, так как происходит большой нагрев облучаемой поверхности.

В рамках фотонной теории давление света можно интерпретировать как результат передачи импульса фотонов освещенной поверхности. Если поток монохроматического света, *падающий на единицу поверхности тела в единицу времени*, несет энергию равную W и содержит N фотонов, то

$$Nh\nu = W_{\text{пад}} \cdot \quad (8.1)$$

Если коэффициент отражения поверхности равен R , то RN фотонов отражается, а $(1-R)N$ фотонов поглощается. При поглощении фотона поверхность приобретает энергию, равную энергии фотона и его импульс.

Нормальная составляющая переданного импульса равна $\frac{h\nu}{c}\cos\alpha$, где α –

угол между направлением движения фотона и нормалью к поверхности. В случае, когда налетающий фотон испытывает упругое столкновение с поверхностью (отражается), он передает ей вдвое больший импульс. Тогда, полный импульс, переданный единице поверхности в единицу времени, равен

$$(1-R)N\frac{h\nu}{c}\cos\alpha + RN \cdot 2\frac{h\nu}{c}\cos\alpha = N\frac{h\nu}{c}(1+R)\cos\alpha.$$

Так как *импульс, переданный единице поверхности в единицу времени, не что иное, как давление*, оказываемое на поверхность, то, с учетом соотношения (8.1), получим

$$P = N\frac{h\nu}{c}(1+R)\cos\alpha = \frac{W_{\text{пад}}}{c}(1+R)\cos\alpha. \quad (8.2)$$

В случае нормального падения света ($\alpha=0$), выражение для давления принимает наиболее простой вид

$$P = \frac{W_{\text{пад}}}{c}(1+R). \quad (8.3)$$

Такое же выражение для давления света было получено Максвеллом в рамках волновой теории. Рассуждения Максвелла сводились к следующему. Так как свет есть электромагнитная волна, то, падая на поверхность проводника, электрический вектор, лежащий в плоскости освещенной поверхности, вызывает электрический ток. Этот ток направлен так же, как и вектор напряженности электрического поля. Магнитное поле действует на данный ток по закону Ампера. При этом направление действия данной силы совпадает с направлением распространения волны. Такое действие и вызывает давление на поверхность. Сила давления зависит от интенсивности света. Для случая, когда лучи образуют параллельный пучок, падающий на абсолютно черное тело, давление равняется плотности световой энергии, то есть энергии в единице объема.