

Лекция 4

ОСНОВЫ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА ЛОПАТОЧНЫХ МАШИН

Краткие сведения о газовой динамике и термодинамике



Курс

ОСНОВЫ ЛОПАТОЧНЫХ МАШИН



САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
SAMARA UNIVERSITY

4.1 ОСНОВНЫЕ ДОПУЩЕНИЯ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИ ВЫВОДЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ЗАВИСИМОСТЕЙ

В данном разделе будут рассмотрены основные физические законы и уравнения, лежащие в основе теории лопаточных машин. Они представляют собой законы сохранения глобальных физических величин, таких как масса, энергия и т.п., записанные для турбомашин. Их изучение необходимо для понимания принципа действия и закономерностей рабочего процесса турбомашин всех типов. Приведенные уравнения будут подкреплены примерами их применения к конкретным случаям, что во многом позволит объяснить, почему лопаточные машины имеют известный ныне вид [7].

Для упрощения анализа в данном разделе параметры потока (p , T , c и др.) будут рассматриваться в контрольных сечениях, расположенных дискретно вдоль пути следования рабочего тела (как правило, на входе и выходе лопаточных венцов). В них параметры потока рассматриваются в виде осредненных значений. Т.е. радиальная и окружная неравномерность потока не учитываются. Кроме того, поток считается установившимся (неизменным во времени) и равномерным. Рабочее тело считается идеальным, т.е. пренебрегается силами межмолекулярного взаимодействия. Течение в межлопаточных каналах одного лопаточного венца считается идентичным. Теплообмен между стенками каналов и потоком не учитывается из-за скоротечности происходящих процессов [1, 3, 6, 7, 10, 12, 17].



Сделанные допущения позволят упростить получение и анализ рассматриваемых уравнений. Однако это принципиально не скажется на полученных выводах.

4.2 НЕОБХОДИМЫЕ КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕРМОДИНАМИКИ И ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ

Состояние жидкости или газа описывается следующими параметрами:

- давлением p , Па;
- температурой T ; К;
- плотностью ρ (кг/м³) или удельным объемом v (м³/кг), которые связаны между собой следующим соотношением:

$$\rho = \frac{1}{v} \quad (4.1)$$

Указанные параметры связаны между собой уравнением состояния. Часто при расчетах турбомашин полагается, что рабочее тело является совершенным (идеальным) газом, в котором отсутствуют межмолекулярные силы, а объем самих молекул равен нулю. При умеренном давлении (менее 40 МПа) и температуре, далекой от температуры конденсации, реальные газы ведут себя не отличимо от совершенных [3]. В этом случае их состояние описывается уравнением Менделеева – Клайперона:

$$pv = \frac{p}{\rho} = RT \quad (4.2)$$



где $R = 8314/\mu$ – газовая постоянная, Дж/кг·К;

μ – молекулярная масса.

Для воздуха газовая постоянная равна $R=287$ Дж/кг·К, для продуктов сгорания керосина – $R=287,5$ Дж/кг·К [2].

Для расчета состояния реальных газов могут использоваться различные уравнения, полученные различными исследователями. Наиболее распространены – следующие:

– уравнения Ван-дер Ваальса:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT \quad (4.3)$$

где a и b – константы для данного газа;

– уравнение Боголюбова – Майера:

$$pv = RT \left(1 + \sum \frac{k}{k+1} \frac{\beta}{v^k}\right) \quad (4.4)$$

Закон сохранения энергии (первый закон термодинамики) применительно к рабочему процессу турбомашин можно сформулировать следующим образом: тепло, подведенное к системе, идет на увеличение внутренней энергии и работу против внешних сил (сил давления), действующих извне на систему.

$$dQ = du + pdv = c_v dT + pdv \quad (4.5)$$

Подводимые к газу тепло и работа считаются положительными, отводимые – отрицательными. Визуальным признаком подвода/ отвода работы является наличие физического движения



элементов термодинамической системы. Например, в подвижном РК механическая работа совершается либо газом, либо над газом, а в неподвижном НА – механическая работа не совершается.

Признаком наличия теплообмена является присутствие в рассматриваемой термодинамической системе нагревающего (камера сгорания, «горячий» теплообменник) или охлаждающего («холодный» теплообменник) элементов. В неохлаждаемых лопаточных машинах теплообменом обычно пренебрегают. Считается, что из-за быстроты протекающих процессов он не успевает происходить. Действительно, время пребывания частицы рабочего тела, движущейся со скоростью несколько сотен метров в секунду, в лопаточном венце, размеры которого составляют несколько десятков миллиметров, составляет малые доли секунды. В охлаждаемых турбинах поток рабочего тела разбавляется втекающим в него охладителем, что необходимо учитывать.

С первым началом термодинамики связано также понятие *энтальпии* – термодинамического потенциала, характеризующего состояние системы в термодинамическом равновесии:

$$di = du + d(pv) = c_p dT \quad (4.6)$$

Энтальпия в некотором термодинамическом состоянии представляет собой сумму внутренней энергии тела и работы, которую необходимо затратить, чтобы тело объёмом v ввести в окружающую среду, имеющую давление p и находящуюся с телом в равновесном состоянии. Энтальпия системы i имеет вполне определенное значение для каждого состояния, то есть является функцией его состояния [28].



Закон изменения основных параметров газа (p, v, T) выражается уравнением процесса. Обычно при термодинамических расчетах турбокомпрессоров принимают, что процесс сжатия/расширения газа является политропным. Для совершенного газа оно выглядит следующим образом:

$$\frac{p}{\rho^n} = p v^n = \text{const} \quad (4.7)$$

где n – показатель политропы, принимаемый либо постоянным для всех элементов проточной части, либо переменным для каждого элемента ступени или для каждой ступени [3].

Для любого участка канала (элемента проточной части) справедливо:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^n; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (4.8)$$

Из формулы 4.8 следует, что в процессе сжатия ($p_2 > p_1$), при $n > 1$ температура газа будет повышаться ($T_2 > T_1$).

Частным случаем политропного является изоэнтропический процесс ($dq = 0$). Для него справедливо:

$$\frac{p}{\rho^k} = p v^k = \text{const} \quad (4.9)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^k; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \quad (4.10)$$

где k – показатель изоэнтропы:



$$k = \frac{c_p}{c_v} \quad (4.11)$$

где c_p – удельная теплоемкость рабочего тела при изобарном процессе ($p = \text{const}$), Дж/кг·К;

c_v – удельная теплоемкость рабочего тела при изохорном процессе ($v = \text{const}$), Дж/кг·К.

Указанные удельные теплоемкости связаны между собой уравнением Маера:

$$c_p = c_v + R \quad (4.12)$$

Величина теплоемкости c_p и k изменяется в зависимости от температуры рабочего тела (рисунок 4.1). Для продуктов сгорания углеводородного топлива указанные величины также зависят от соотношения расходов топлива и воздуха (рисунок 4.2). Однако, при упрощенных расчетах, значение изобарной теплоемкости для воздуха можно принять равным $c_p = 1005$ Дж/кг·К, для продуктов сгорания керосина - $c_p = 1159$ Дж/кг·К. Показатель изэнтропы для воздуха равен $k=1,4$; для продуктов сгорания керосина - $k=1,33$ [2].

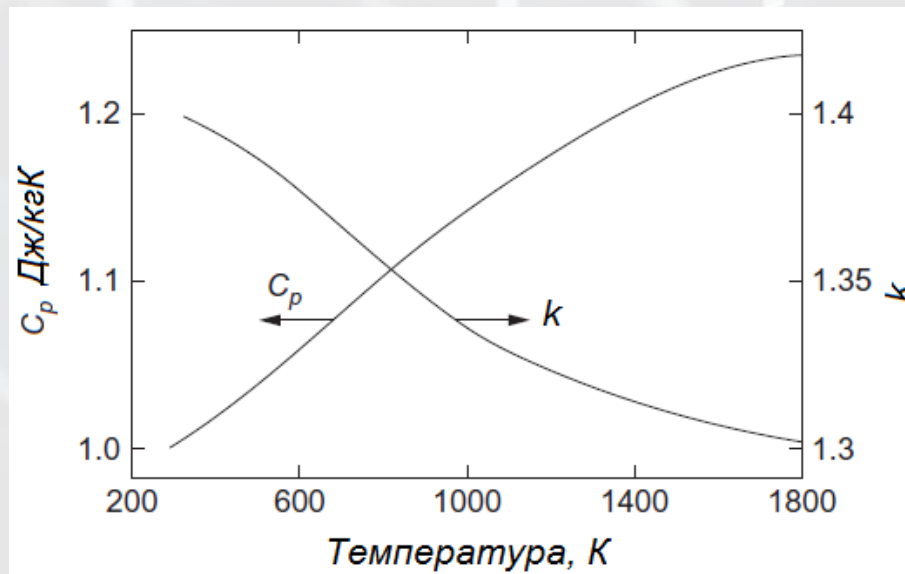


Рисунок 4.1 – Зависимость изобарной теплоемкости c_p и показателя изоэнтропы k от температуры для воздуха [14]

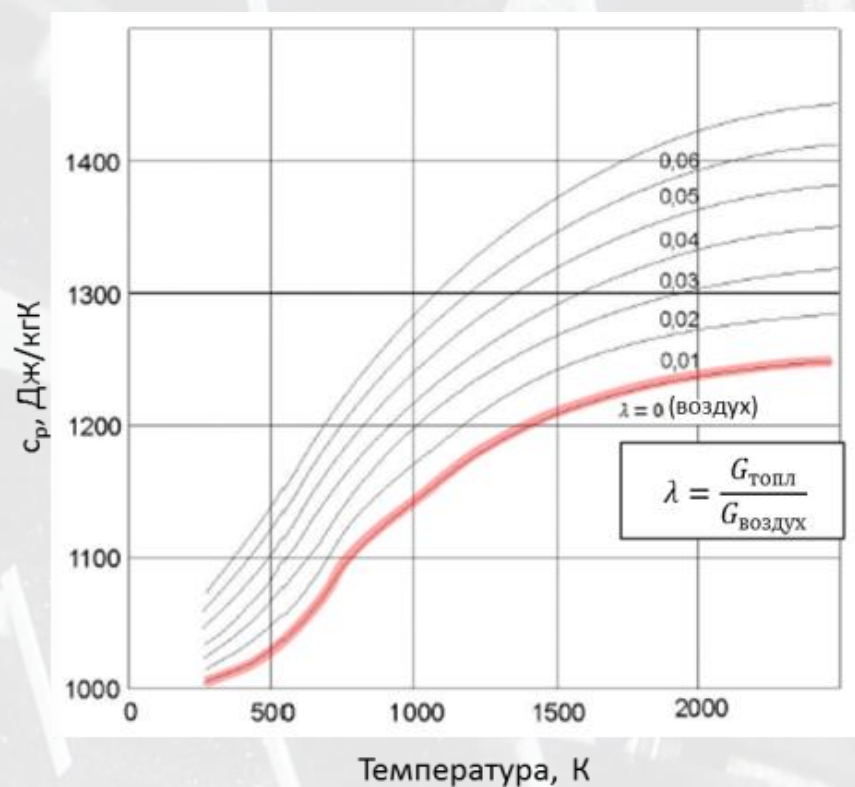


Рисунок 4.2 – Зависимость изобарной теплоемкости c_p от состава продуктов сгорания углеводородного топлива [4]

Параметры состояния неподвижного газа называют истинными, *термодинамическими* или *статическими*. Если газ движется, то перед неподвижно установленными приборами, например трубкой манометра или термометром, он тормозится (рисунок 4.3). При торможении происходит сжатие газа, в результате чего местные значения параметров его состояния увеличиваются по сравнению с их значениями в набегающем потоке. Такие параметры называют *параметрами торможения* или *полными параметрами*. Для того, чтобы отличить параметры торможения от статических. Они помечаются верхним индексом в виде звездочки «*». Статические параметры никаких дополнительных обозначений не имеют.

Объяснить повышение параметров достаточно легко. При торможении потока вблизи чувствительного элемента измерительного прибора его кинетическая энергия переходит во внутреннюю и потенциальную энергию сил давления. Из-за этого давление и температура потока в месте торможения будут расти. Выражения для вычисления полных параметров могут быть получены из уравнения энергии с допущением о том, что процесс торможения энергоизолирован. Величина полной температуры связана со статической следующим выражением [3, 7, 41, 42]:

$$T^* = T + \frac{c^2}{2c_p} \quad (4.13)$$

где T - статическая температура, К;

c – скорость потока, м/с.



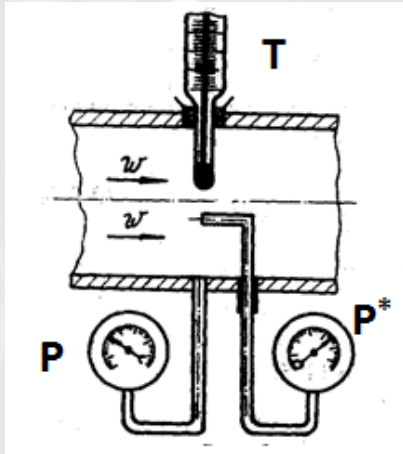


Рисунок 4.3 – Измерение давления и температуры в потоке рабочего тела [7]

Значение полного давления (если предположить, что $\rho = \text{const}$) находится по следующему соотношению [3, 7, 41, 42]:

$$p^* = p + \rho \frac{c^2}{2} \quad (4.14)$$

где p – статическое давление, Па.

Может показаться, что полные параметры представляют собой просто некачественные (ошибочные) измерения параметров потока. Однако в реальности они имеют большое практическое значение, поскольку характеризуют не только параметры состояния потока, но и его энергетику.

Как же измерить истинные значения параметров потока? Для этого измерительные устройства следовало бы перемещать вдоль течения со скоростью газа так, чтобы относительно потока они оказались неподвижными. Однако понятно, что на практике такой подход неосуществим. В реальной практике для измерения статического давления в потоке применяют отверстие, просверленное строго перпендикулярно к стенке канала, или измерительный зонд, вдоль которого течет газ. Поскольку статическое давление передается без изменений через пограничный слой [35], то через

отверстие замеряется такое же статическое давление, как и в потоке.

Следует также отметить, что при рассмотрении рабочих процессов в турбомашинах используется также параметры потока (давление и температура), заторможенного в относительном движении. Под ними понимаются такие параметры, которые показали бы средства измерения, закрепленные на вращающемся роторе. Такие параметры обозначаются также как и заторможенные (символом $*$) с добавлением индекса «w». Для вычисления параметров потока заторможенных в относительном движении, используются уравнения схожие с 4.13 и 4.14.

$$T_w^* = T + \frac{w^2}{2c_p} \quad (4.15)$$

$$p_w^* = p + \rho \frac{w^2}{2} \quad (4.16)$$

Связь статических и заторможенных давлений и температур показана на рисунках 4.4 и 4.5.

При изучении рабочих процессов турбомашин пользоваться размерной физической скоростью не всегда удобно. Это связано с тем, что на практике важнее знать не величину скорости, а то, как она соотносится со скоростью звука a . Это связано с тем, что вблизи скорости звука в потоке появляются дополнительные потери, связанные со скачками уплотнения, что сопровождается существенными дополнительными потерями и требует иных подходов к проектированию.



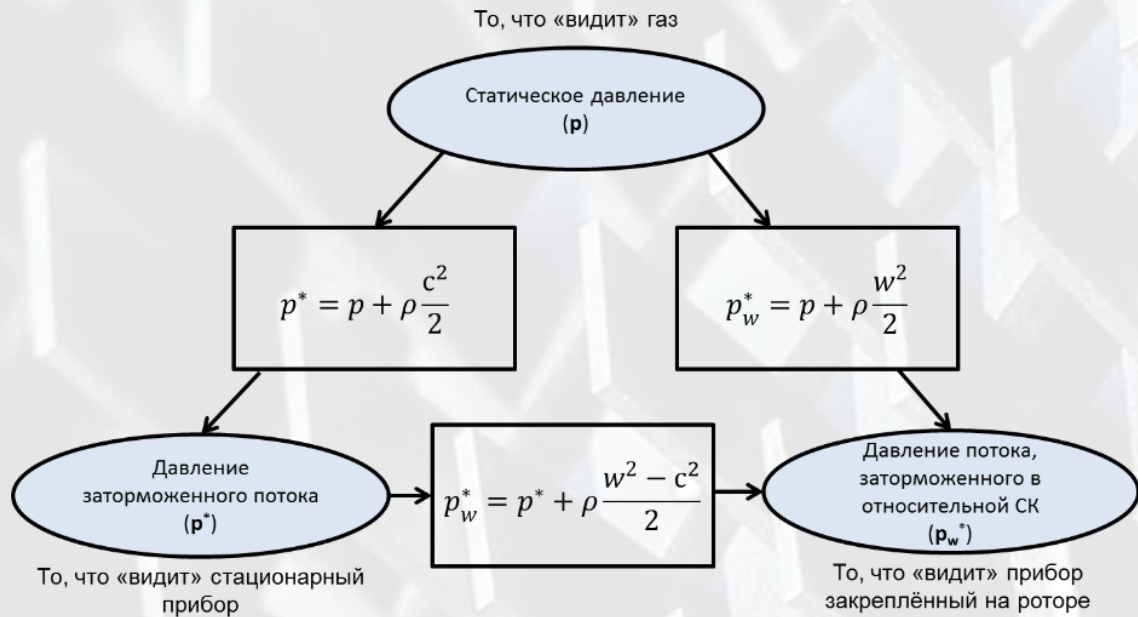


Рисунок 4.4 – Связь статических и заторможенных давлений

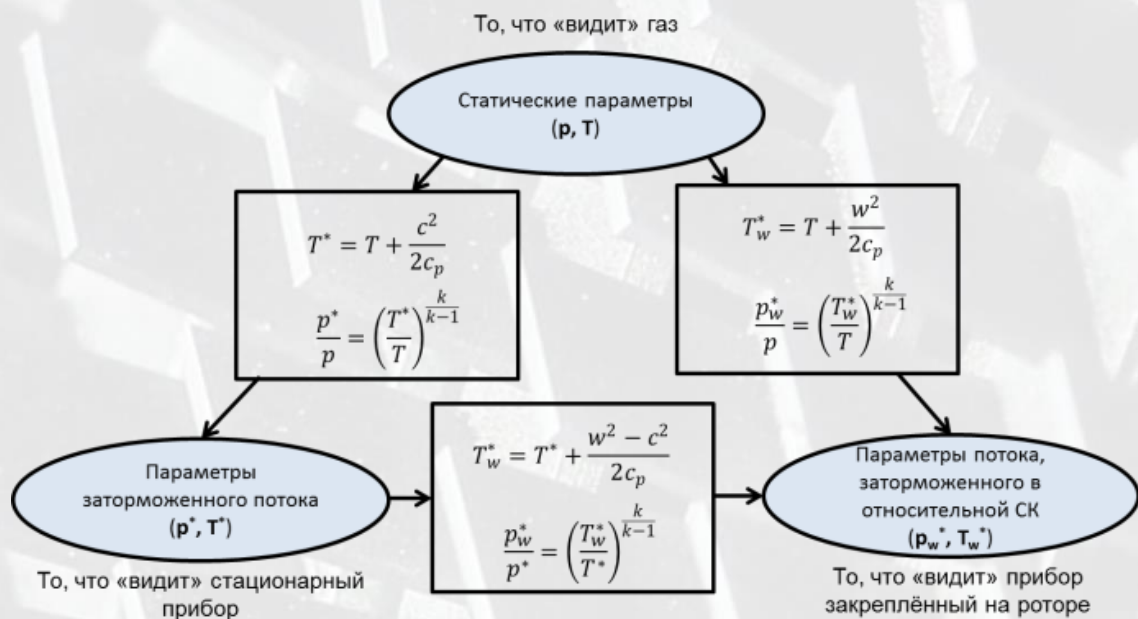


Рисунок 4.5 – Связь статических и заторможенных давлений и температур

Скорость звука представляет собой скорость распространения слабых возмущений от источника звука в среде. Она зависит от температуры среды:

$$a = \sqrt{kRT} \quad (4.17)$$

Для воздуха при $t = 15^\circ\text{C}$ скорость звука равна $a = 341\text{м/с}$. Поэтому, например скорость потока $w = 400\text{м/с}$ на входе в компрессор, где температура воздуха равна атмосферной, является сверхзвуковой. В тоже время, на выходе из компрессора, когда рабочее тело нагрелось в результате сжатия, скорость 400м/с - дозвуковая.

Оценить, как скорость рабочего тела соотносится со скоростью звука можно с помощью безразмерных скоростей: числа Маха и приведенной скорости λ .

Число Маха представляет собой отношение скорости к местной скорости звука:

$$M = \frac{c}{a} = \frac{c}{\sqrt{kRT}} \quad (4.18)$$

Этот параметр был введен австрийским ученым Эрнестом Махом в 1887 году, и впоследствии получил его имя. В ряде источников данный критерий также называется числом Берстоу или числом Маевского [28]. Число Маха может принимать любые положительные значения.

Под *приведенной скоростью* λ понимается отношение скорости газа к критической скорости:

$$\lambda = \frac{c}{c_{кр}} = \frac{c}{\sqrt{\frac{2k}{k+1} RT^*}} \quad (4.19)$$



Под *критической скоростью* понимают такую скорость течения газа, которая равна местной скорости звука. Чтобы представить ее, следует рассмотреть процесс истечения газа из резервуара через сопло Лавала в атмосферу. Это течение является энергоизолированным. По мере нарастания скорости по длине сопла, температура а, следовательно, скорость звука уменьшаются. Таким образом в различных сечениях одного и того же потока скорость звука получается различной. В начале сопла больше скорости потока, в конце – ниже ее. Где-то в средней части сопла существует сечение, в котором скорость потока равна местной скорости звука. Это сечение называется *критическим*, а параметры потока в нем критическими параметрами. Приведенная скорость может изме-

няться в диапазоне от 0 до $\lambda_{max} = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}}$.

Приведенная скорость λ и число Маха M связаны между собой следующими соотношениями [41, 42]:

$$\lambda^2 = \frac{\frac{k+1}{2} M^2}{1 + \frac{k-1}{2} M^2} \quad (4.20)$$

$$M^2 = \frac{\frac{2}{k+1} \lambda^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2} \quad (4.21)$$

По максимальной величине приведенной скорости (для компрессоров это λ_{w1} и λ_{c2} , для турбин - λ_{c1} и λ_{w2}) турбомашины классифицируются на три группы [1, 17, 71]:

- || – $\lambda < 0,9$ – дозвуковые;



- $0,9 < \lambda < 1,1$ – трансзвуковые;
- $\lambda > 1,1$ – сверхзвуковые.

Числа M и λ являются критериями подобия для сжимаемой жидкости. Так, например, если в двух геометрически подобных каналах числа M на входе будут одинаковы, то отношения скоростей, давлений, плотностей и температур в двух сечениях одного канала будут равны отношению параметров в сходных сечениях подобного канала.

Газодинамические функции представляют собой безразмерные функции приведенной скорости λ или числа Маха M , определяющие отношения важнейших параметров, характеризующих одномерный поток в различных его сечениях, к значениям этих параметров в критических сечениях или к значениям параметров заторможенного потока.

Использование газодинамических функций совместно с параметрами заторможенного потока представляет значительное удобство при инженерных расчетах потоков. Наиболее часто используются следующие газодинамические функции [41, 42]:

- функция “тау от лямбда” $\tau(\lambda)$, равная отношению статической температуры потока T к температуре заторможенного потока T^* в том же сечении:

$$\tau(\lambda) = \frac{T}{T^*} = 1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \quad (4.21)$$

- функция “пи от лямбда” $\pi(\lambda)$, равная отношению статического давления потока p к давлению заторможенного потока p^* в том же сечении:



$$\pi(\lambda) = \frac{p}{p^*} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (4.22)$$

- функция “эпсилон от лямбда” $\varepsilon(\lambda)$, равная отношению статической плотности потока ρ к плотности заторможенного потока ρ^* в том же сечении:

$$\varepsilon(\lambda) = \frac{\rho}{\rho^*} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{k-1}} \quad (4.23)$$

- функция “ q от лямбда” $q(\lambda)$ - приведенная плотность тока, равная отношению плотности тока в произвольном сечении к плотности тока в критическом сечении:

$$q(\lambda) = \frac{F}{F_{кр}} = \frac{\rho c}{(\rho c)_{кр}} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{k-1}} \lambda \quad (4.24)$$

Они заранее рассчитываются для большого числа значений приведенной скорости λ с малым шагом и сводятся в таблицы. Последние составляются для различных показателей изоэнтропы. Наиболее распространены таблицы для воздуха $k=1,4$ и для продуктов сгорания керосина $k=1,33$. Зная значение одной из функций, с помощью таблиц легко найти значения остальных. По этой причине таблицы ГДФ получили широкое распространение в российской практике термогазодинамических расчетов в различных отраслях.



График изменения основных газодинамических функций в зависимости от величины приведенной скорости λ для воздуха приведен на рисунке 4.6.

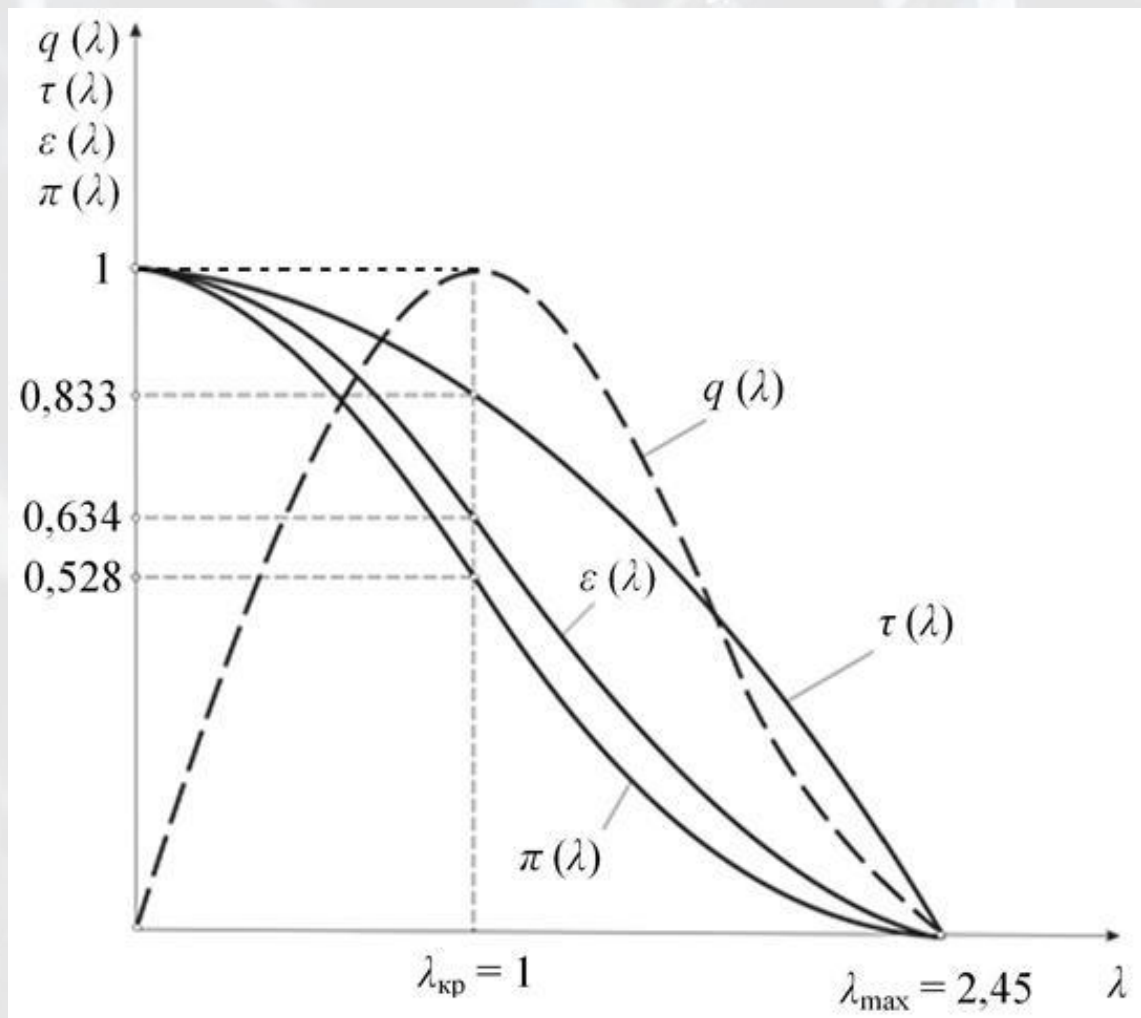


Рисунок 4.6 - Изменение основных газодинамических функций в зависимости от